

ФЕДЕРАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
СТАВРОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Рабочая тетрадь
по начертательной геометрии
с графическими ключами решения задач

*учебно-методическое пособие для студентов 1 курса инженерно-
технологического и электроэнергетического факультетов*

Студента группы

.....

202.....- 202..... учебный год

Курс ведут преподаватели:

лекции:

.....

практические занятия:

.....

Ставрополь

УДК 514.18
ББК 22.151.3
П29

Авторы:

кандидат технических наук, доцент *А. Н. Петенёв*;
кандидат технических наук, доцент *И. А. Орлянская*;
кандидат технических наук, профессор *А. В. Орлянский*;
доктор технических наук, профессор *С. Н. Капов*;
кандидат технических наук, доцент *А. В. Бобрышов*;
кандидат технических наук, доцент *А. А. Кожухов*;
кандидат технических наук, доцент *Д. С. Калугин*;
инженер *Л. Н. Пальцева*

Петенёв, А. Н.

П29 Начертательная геометрия : рабочая тетрадь с графическими ключами решения задач : учебно-методическое пособие / А. Н. Петенёв, И. А. Орлянская, А. В. Орлянский, С. Н. Капов, А. В. Бобрышов, А. А. Кожухов, Д. С. Калугин, Л. Н. Пальцева; Ставропольский государственный аграрный университет. – Ставрополь, 2022. – 80 с.

Для студентов 1 курса факультета механизации с.х. и электроэнергетического факультета

УДК 514.18
ББК 22.151.3

Одобрена и рекомендована к изданию методической комиссией факультета механизации сельского хозяйства Ставропольского государственного аграрного университета. Протокол № ___ от «__» _____ 2022 года

ТАБЛИЦА ДЛЯ СОПОСТАВЛЕНИЯ ОБОЗНАЧЕНИЙ

Элементы	Варианты обозначений		
Плоскости проекций: фронтальная горизонтальная профильная дополнительные	V H W S, T, \dots	Π_2 Π_1 Π_3 Π_4, Π_5, \dots	π_2 π_1 π_3 π_4, π_5, \dots
Оси проекций основные: дополнительные	$x, V/H$ $y, H/W$ $z, V/W$ $H/S, H/T$	x_{12} y_{13} z_{23} $s_{14}, \Pi_1/\Pi_4$	π_1/π_2 π_1/π_3 π_2/π_3 π_1/π_4
Точки в пространстве	A, B, C, \dots		
Проекции точек: фронтальная горизонтальная профильная дополнительные	a', b', c', \dots a, b, c, \dots a'', b'', c'', \dots $a^{IV}, b^{IV}, c^{IV}, \dots$	A_2, B_2, C_2, \dots A_1, B_1, C_1, \dots A_3, B_3, C_3, \dots A_4, B_4, C_4, \dots	A'', B'', C'', \dots A', B', C', \dots A''', B''', C''' A^{IV}, B^{IV}, C^{IV}
Линия в пространстве	k, l, m, \dots	a, b, c, \dots	
Проекции линий: фронтальная горизонтальная профильная дополнительные	k', l', m', \dots k, l, m, \dots k'', l'', m'', \dots $k^{IV}, l^{IV}, m^{IV}, \dots$	a_2, b_2, c_2, \dots a_1, b_1, c_1, \dots a_3, b_3, c_3, \dots a_4, b_4, c_4, \dots	a'', b'', c'', \dots a', b', c', \dots a''', b''', c''', \dots $a^{IV}, b^{IV}, c^{IV}, \dots$
Проекции отрезка прямой: фронтальная горизонтальная профильная дополнительные	$a'b', c'l', \dots$ ab, cl, \dots $a''b'', c''l'', \dots$ $a^{IV}b^{IV}, c^{IV}l^{IV}, \dots$	A_2B_2, \dots A_1B_1, \dots A_3B_3, \dots A_4B_4, \dots	$A''B'', \dots$ $A'B', \dots$ $A'''B''', \dots$ $A^{IV}B^{IV}, \dots$
Плоскости и поверхности в пространстве	P, R, S, T, Q (лат.)	$\Gamma, E, H, \Theta,$ Λ, P, Σ (греч.)	$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ (греч.)
Следы плоскости: фронтальный горизонтальный профильный на дополнительной плоскости	P_V, R_V, S_V, \dots P_H, R_H, S_H, \dots P_W, R_W, S_W, \dots P_T, R_T, S_T, \dots	$E_2, P_2, \Sigma_2, \dots$ $E_1, P_1, \Sigma_1, \dots$ $E_3, P_3, \Sigma_3, \dots$ $E_4, P_4, \Sigma_4, \dots$	$\alpha_{\pi_2}, \beta_{\pi_2}, \gamma_{\pi_2}, \dots$ $\alpha_{\pi_1}, \beta_{\pi_1}, \gamma_{\pi_1}, \dots$ $\alpha_{\pi_3}, \beta_{\pi_3}, \gamma_{\pi_3}, \dots$ $\alpha_{\pi_4}, \beta_{\pi_4}, \gamma_{\pi_4}, \dots$

ПРЕДИСЛОВИЕ

Рабочая тетрадь включает в себя обязательный минимум задач, предусмотренный действующей программой.

Программный материал курса занятий соответствует темам рабочей программы.

Каждое занятие содержит:

1. Контрольные вопросы для проверки степени усвоения теоретического материала.

2. Задачи для самостоятельных упражнений.

3. Консультации в виде методических указаний к решению задач или "графических ключей" построений (наглядного изображения решения наиболее трудных задач на пространственных чертежах для студентов, затрудняющихся самостоятельно их решить).

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

1. Перед каждым практическим занятием изучите теоретический материал темы по конспекту лекций и учебнику В.О. Гордона и М.А. Семенцова-Огиевского "Курс начертательной геометрии".

2. На контрольные вопросы ответьте устно или письменно (в отдельной тетради).

3. При подготовке к практическим занятиям рассмотрите решения типовых примеров, используя для этого учебник Х.А. Арустамова "Сборник задач по начертательной геометрии".

4. На практических занятиях решите обязательные задачи, которые обеспечивают закрепление теоретических основ курса и способствуют развитию навыков в проекционных построениях, если остаётся время, то переходите к решению оставшихся задач.

В случае затруднения в решении задачи ознакомьтесь с содержанием пункта "консультация".

Если и после этого Вы не можете самостоятельно решить задачу, обратитесь за помощью к преподавателю.

5. Проработав указанным образом материал занятия, переходите к работе над следующим.

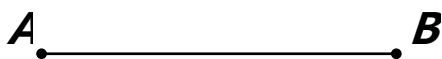
Все построения следует выполнять простым черным карандашом марки "ТМ" или "М" при помощи линейки, угольника, циркуля. Окончательный результат обведите красным карандашом.

ЗАНЯТИЕ 1Тема. Геометрические построенияКОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как разделить отрезок прямой на две равные части?
2. Как построить правильный вписанный многоугольник?
3. Как разделить окружность на шесть, десять равных частей?
4. Поясните суть способа триангуляции.
5. Где расположен центр окружности, описанной вокруг треугольника? Вписанной в треугольник?
6. Как разделить угол на две равные части? На три равные части?

ЗАДАЧИ

- Задача 1.1. а) разделить отрезок ***AB*** на две равные части с помощью циркуля и линейки;
- б) восстановить перпендикуляр к отрезку ***AB***, построив одну вспомогательную окружность (дугу).



- Задача 1.2. Построить с помощью циркуля и линейки прямоугольник ***ABCD*** с заданной стороной ***AB*** и стороной ***BC***=30 мм.

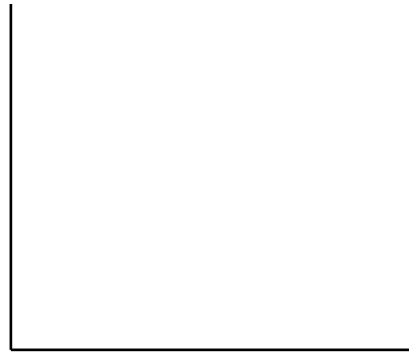


Задача 1.3. Разделить прямой угол на равные части.

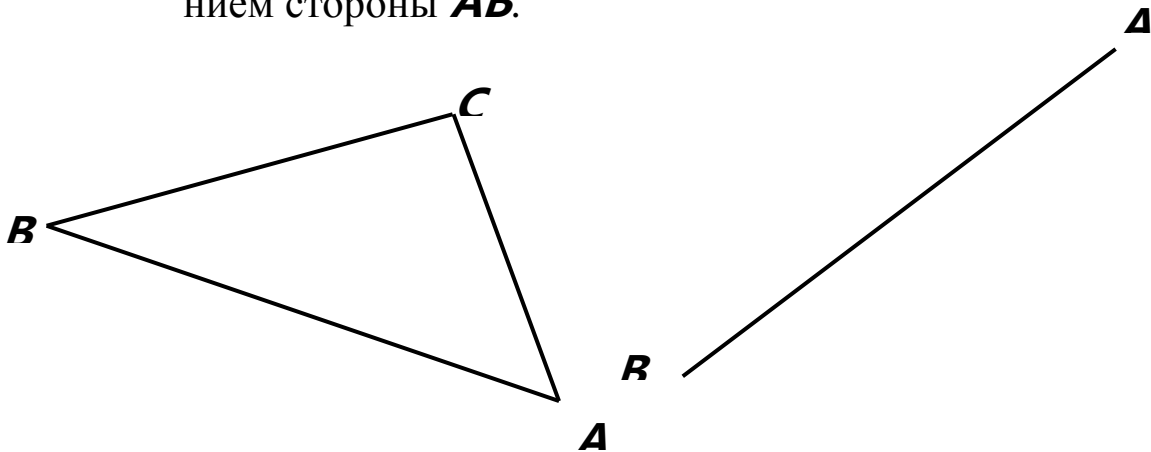
а) на две равные части



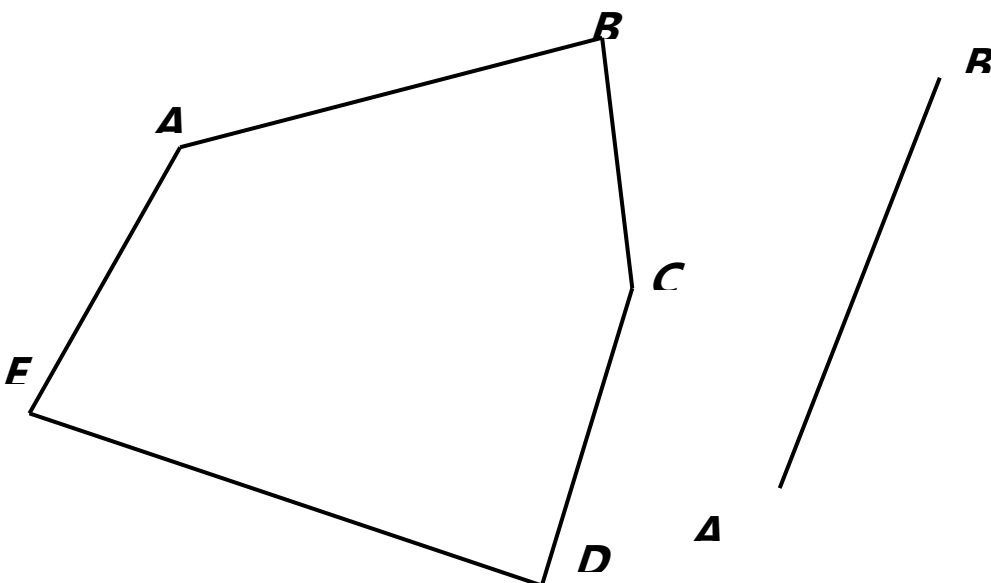
б) на три равные части



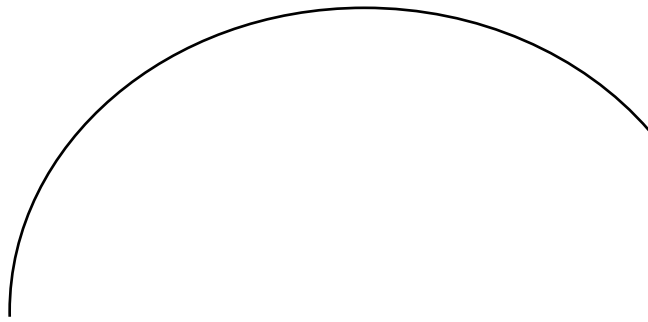
Задача 1.4. Построить треугольник ABC с заданным новым положением стороны AB .



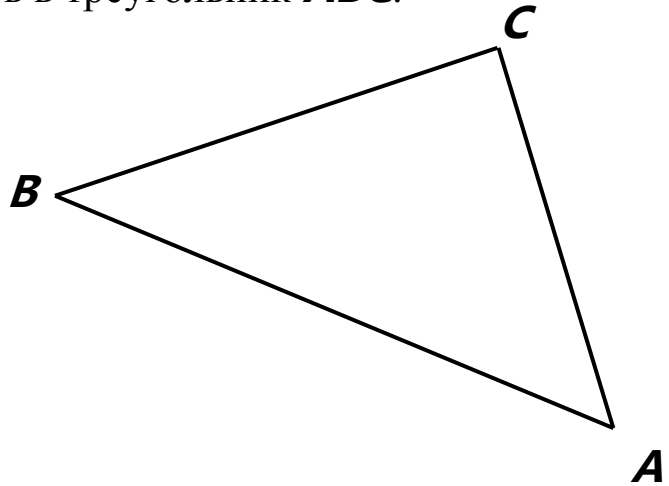
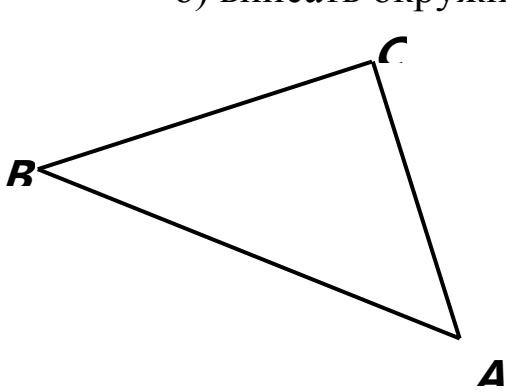
Задача 1.5. Построить пятиугольник $ABCDE$ с заданным новым положением стороны AB .



Задача 1.6. Найти центр кривизны дуги.



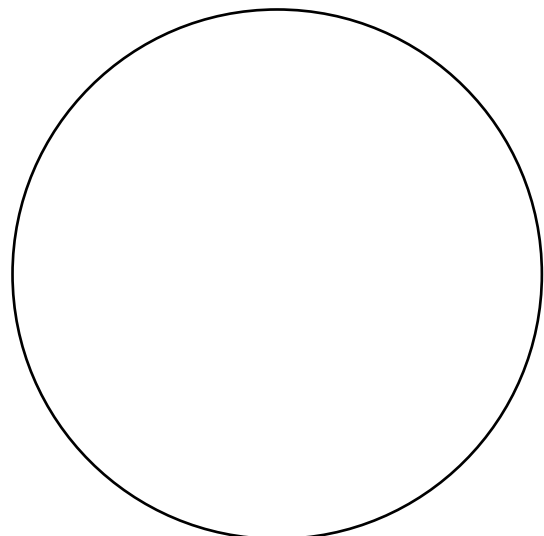
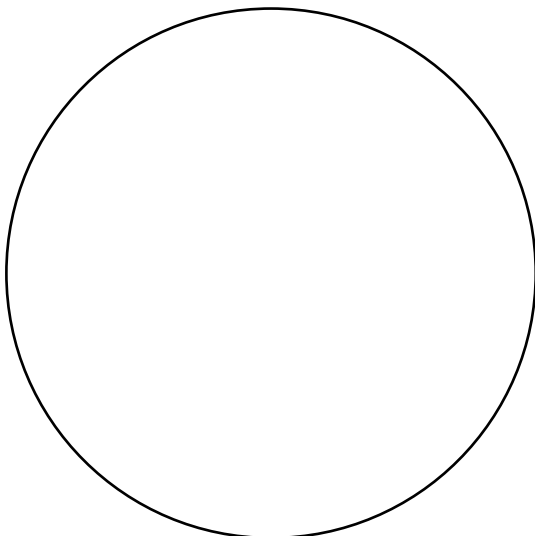
Задача 1.7. а) описать окружность вокруг треугольника **ABC**;
б) вписать окружность в треугольник **ABC**.



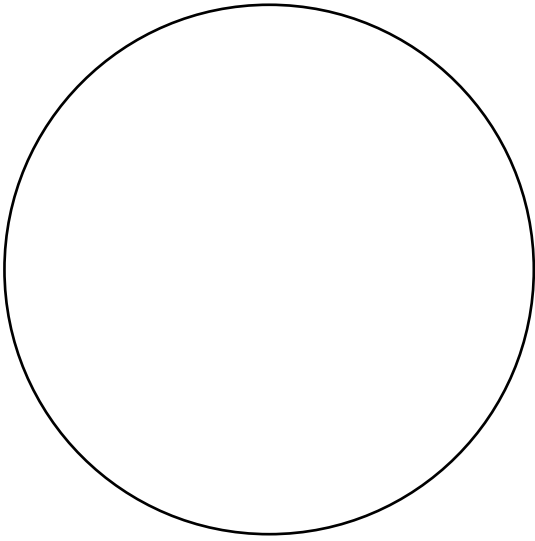
Задача 1.8. Разделить окружность с помощью циркуля и линейки.

а) на шесть равных частей

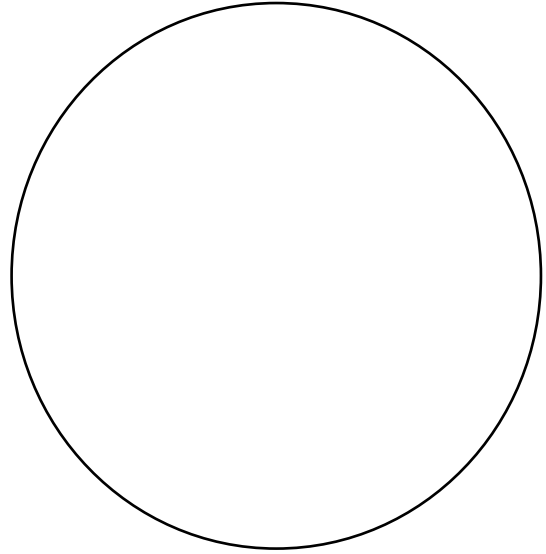
б) на восемь равных частей



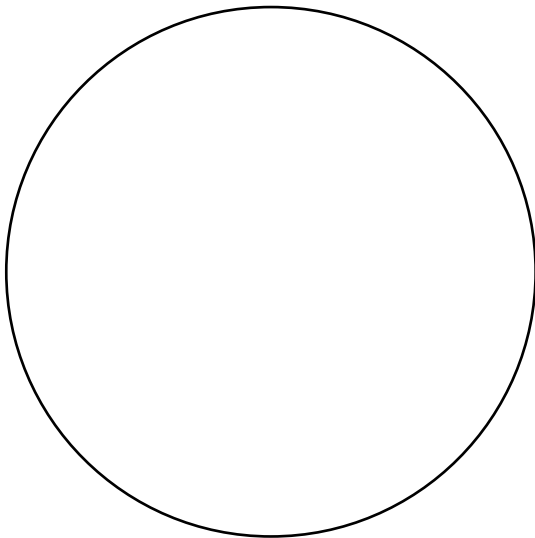
в) на пять равных частей



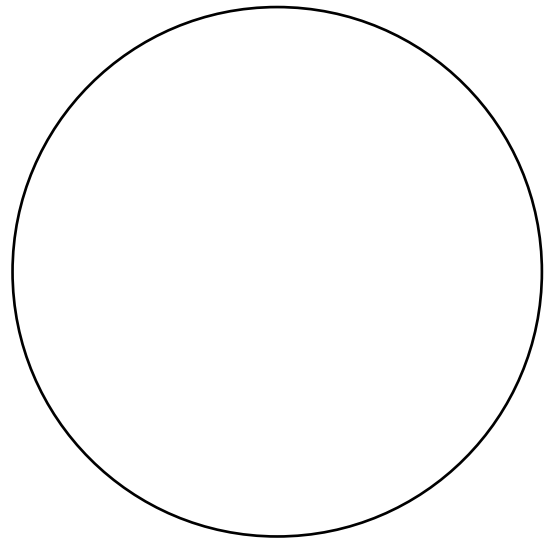
г) на семь равных частей



д) на десять равных частей

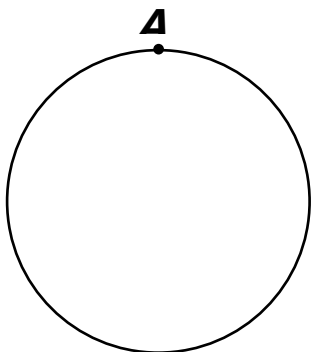


е) на двенадцать равных частей

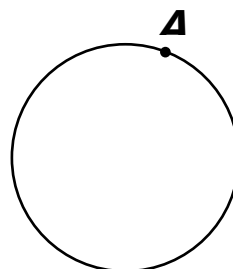


Задача 1.9. Построить касательную к окружности в точке **A**.

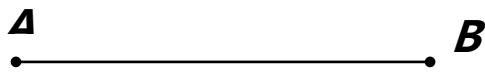
а)



б)

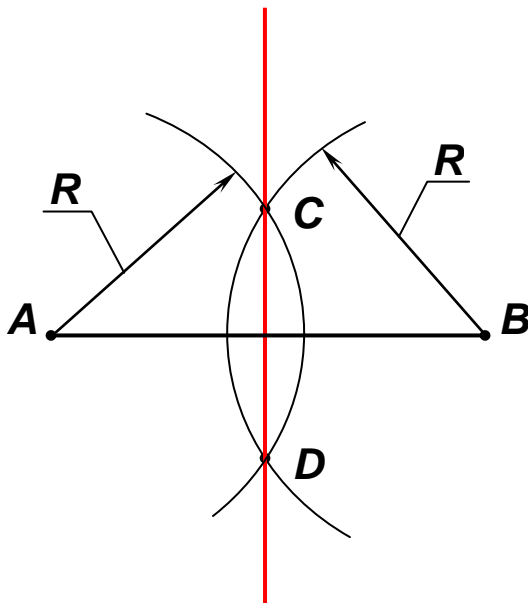


Задача 1.10. Построить правильный пятиугольник $ABCDE$ по заданной стороне AB .

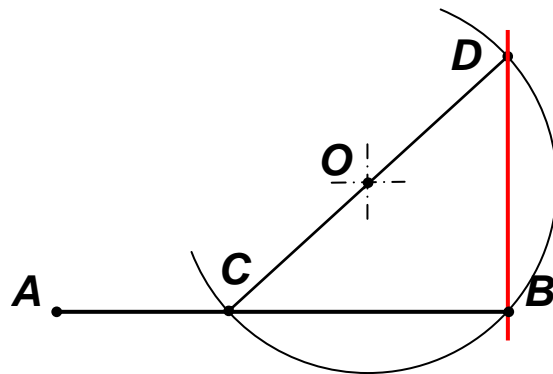


КОНСУЛЬТАЦИИ

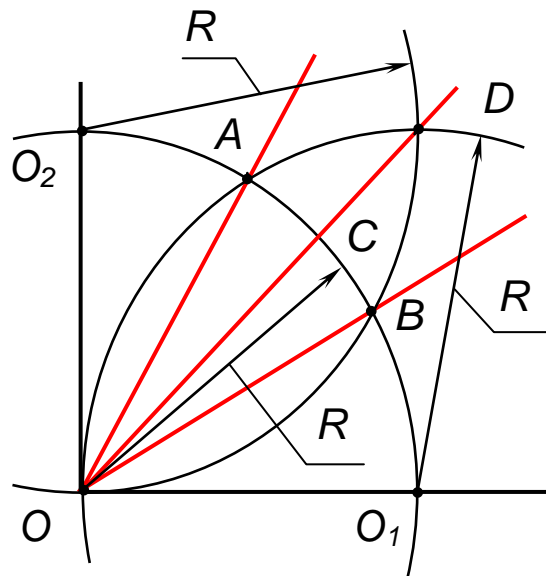
Построение серединного перпендикуляра к отрезку



Построение перпендикуляра к отрезку в заданной точке



Деление угла на равные части



Центр кривизны дуги определяется как точка пересечения серединных перпендикуляров к её хордам.

Центр описанной вокруг треугольника окружности лежит на пересечении серединных перпендикуляров к его сторонам.

Центр вписанной в треугольник окружности лежит на пересечении биссектрис внутренних углов треугольника.

Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.

ЗАНЯТИЕ 2

Тема. Сопряжения

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Где расположена точка сопряжения двух дуг окружностей?
2. Что называется внешним сопряжением?
3. Что называется внутренним сопряжением?
4. Где расположен центр окружности, касательной к прямой?
5. Где расположен центр окружности, касательной к прямой в данной точке?
6. Где расположен центр окружности, касательной к двум пересекающимся прямым?
7. Где расположен центр окружности радиуса R , касательной к окружности радиуса r ?
8. Где расположен центр окружности, касательной к данной окружности в данной точке?
9. Где расположен центр окружности, касательной к двум окружностям одинакового радиуса?

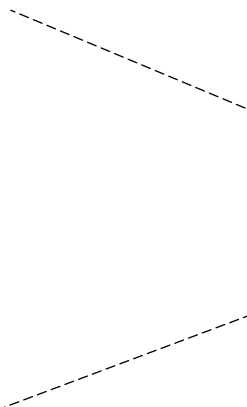
ЗАДАЧИ

Задача 2.1. Выполнить сопряжения прямых.

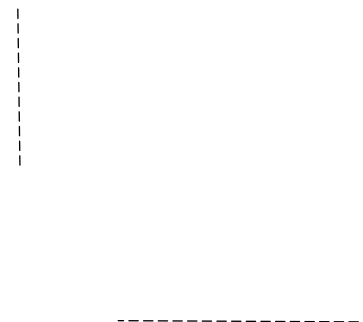
а)



б) $R = 15 \text{ мм}$



в) $R = 20 \text{ мм}$



Задача 2.2. Выполнить сопряжения прямой и дугой двух дуг радиусов R_1 и R_2 с центрами в точках O_1 и O_2 .

а) $R_1 = 40$ мм, $R_2 = 20$ мм

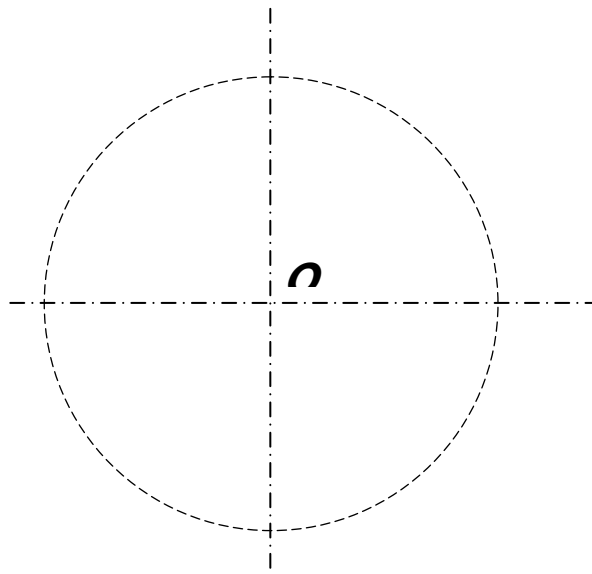
б) $R_1 = 15$ мм, $R_2 = 30$

O_1

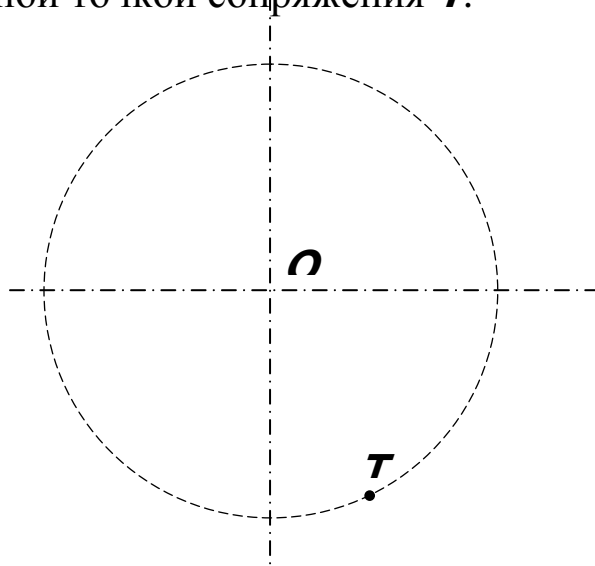
O O

O_2

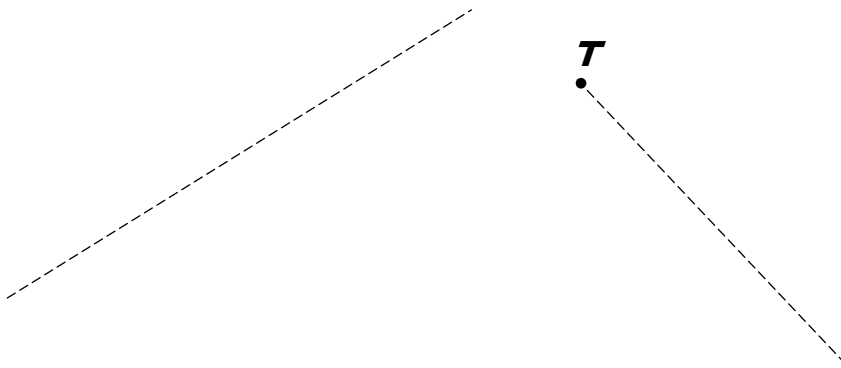
Задача 2.3. Выполнить сопряжения дуги и прямой дугами окружностей радиусов $R_1 = 15$ мм, и $R_2 = 80$ мм.



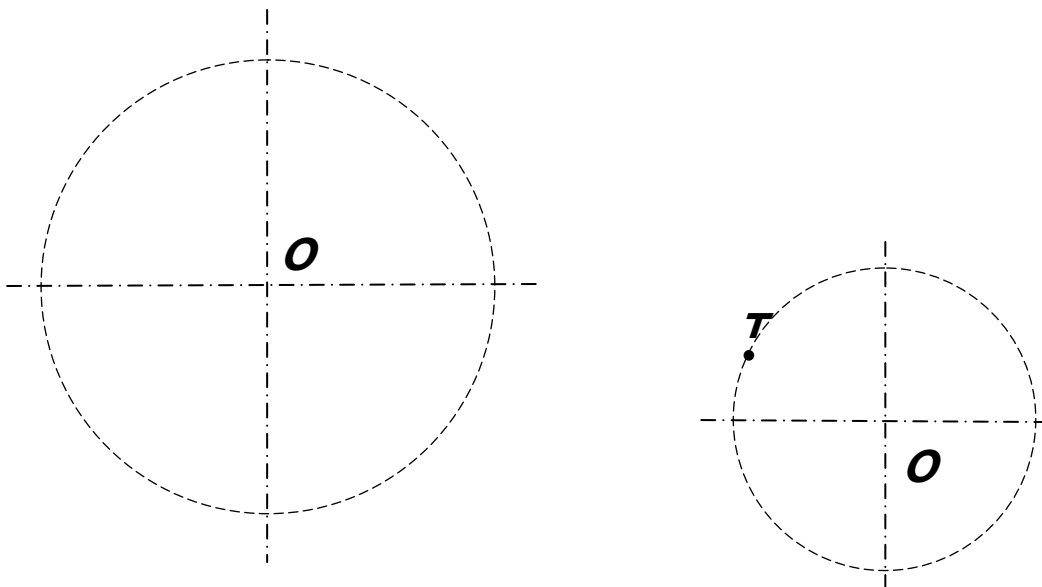
Задача 2.4. Выполнить внешнее и внутреннее сопряжения дуги и прямой с заданной точкой сопряжения T .



Задача 2.5. Выполнить сопряжения двух прямых с заданной точкой сопряжения T .

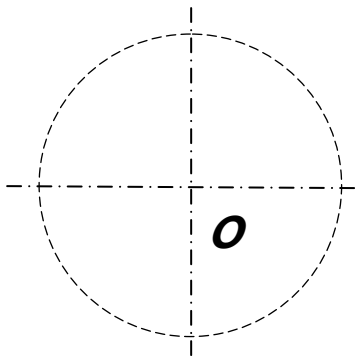


Задача 2.6. Выполнить сопряжения двух окружностей с заданной точкой сопряжения T .

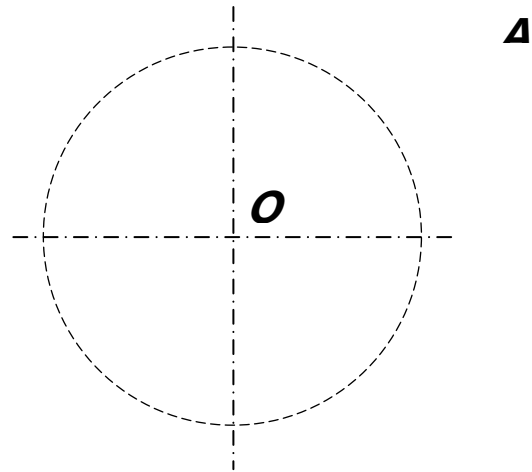


Задача 2.7. Построить касательные к окружностям

1) через точку **B**



2) через точку **A**



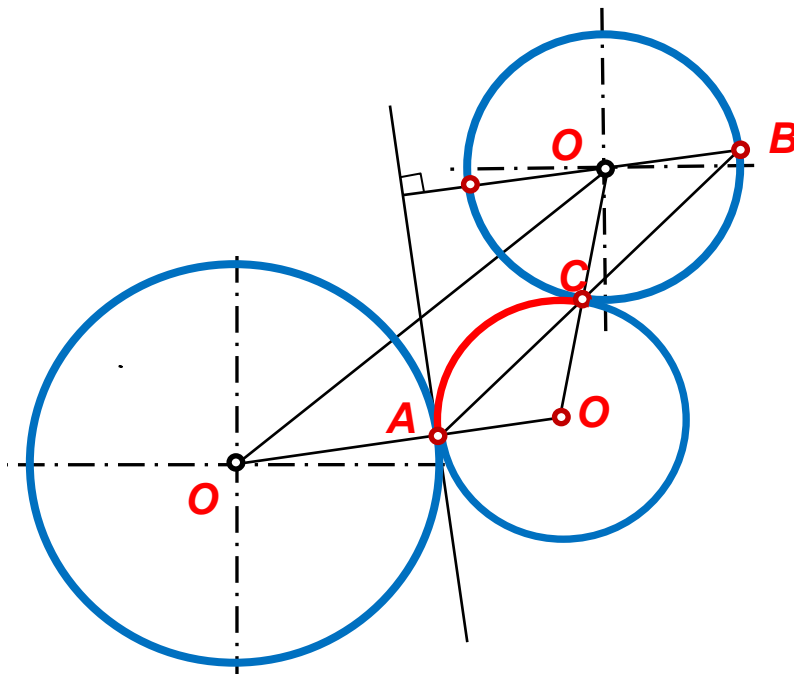
КОНСУЛЬТАЦИИ

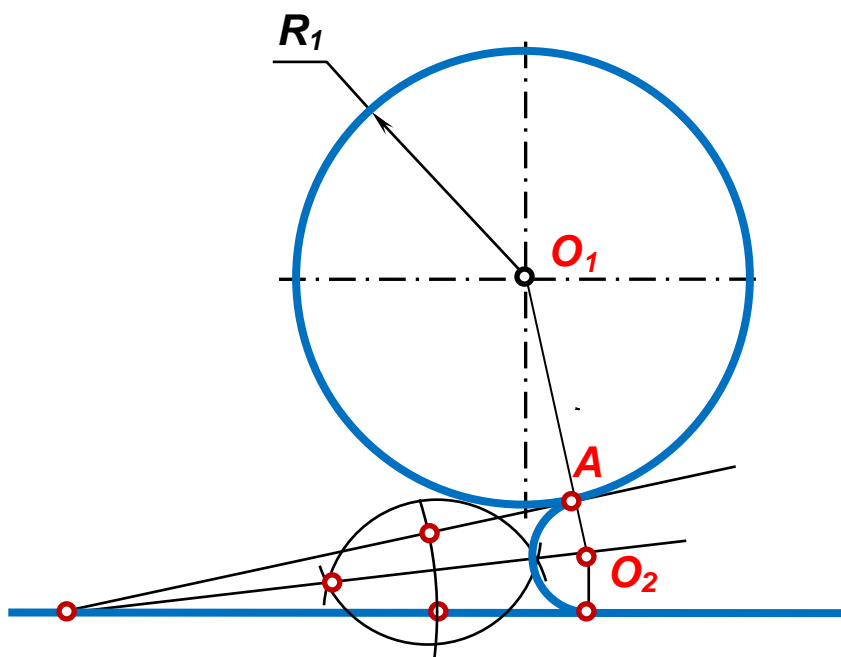
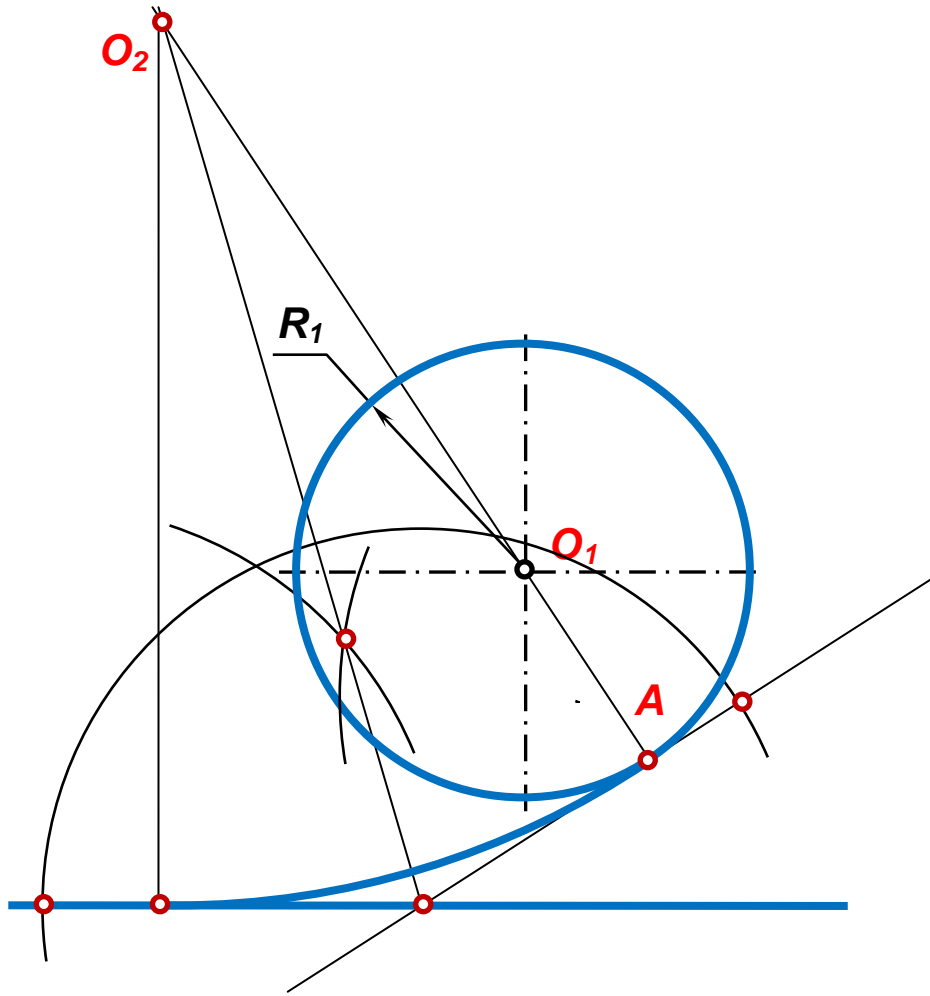
Сопряжением называется плавный переход от одной линии к другой.

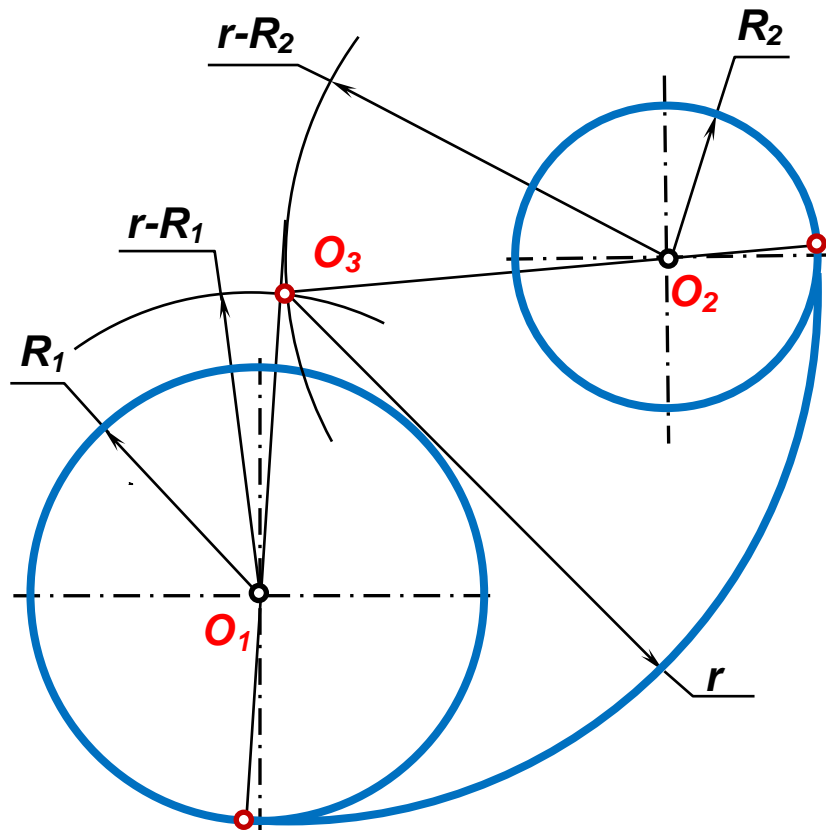
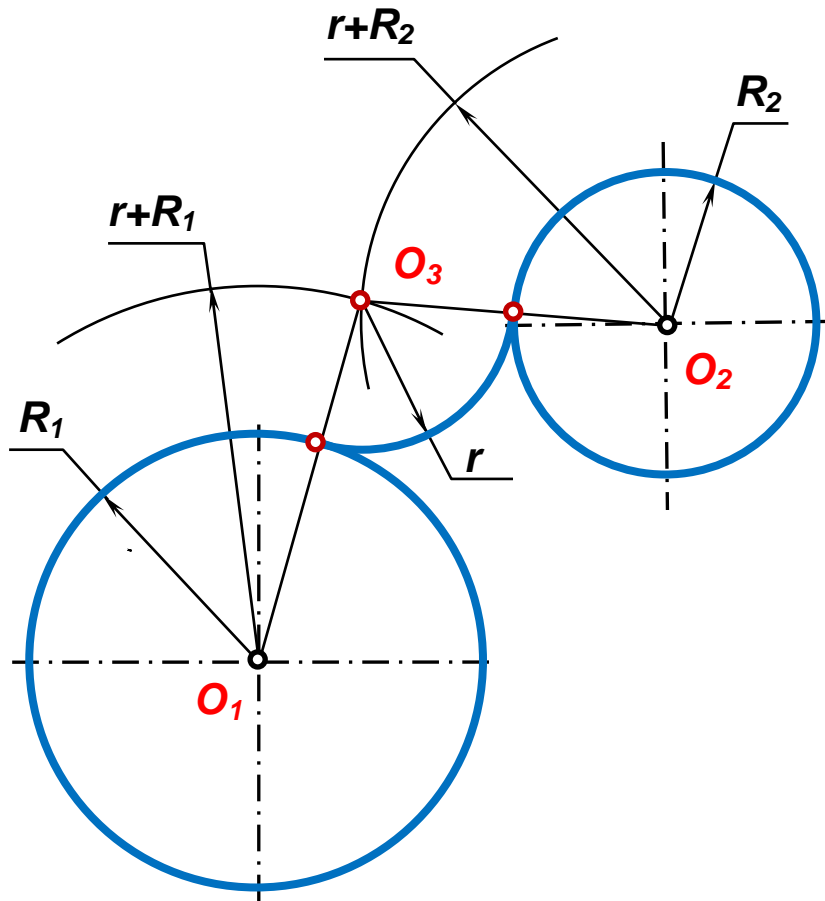
Точка касания двух окружностей (точка сопряжения) находится на линии, соединяющей их центры.

Прямая, касательная окружности, составляет прямой угол с радиусом, проведённым в точку касания.

Геометрическим местом центров окружностей, касательных к данной прямой, является прямая параллельная данной прямой и отстоящая от неё на величину радиуса.

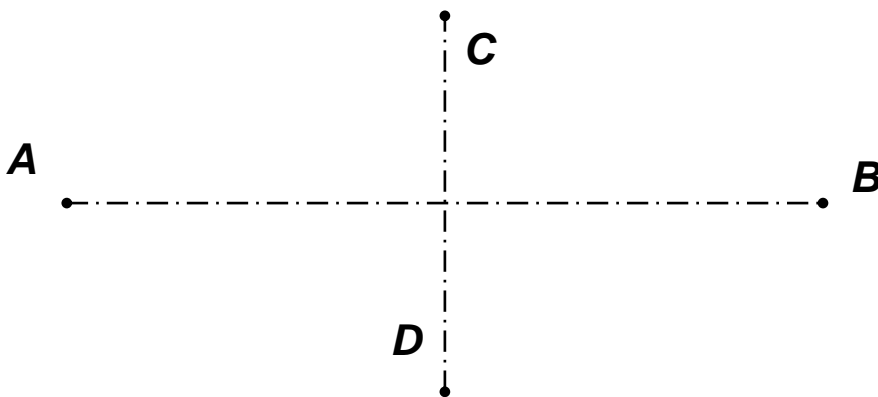




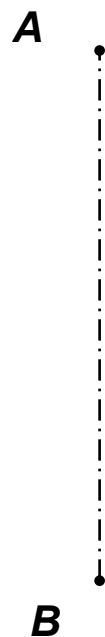


ЗАНЯТИЕ 3Тема. Плоские кривыеЗАДАЧИ

Задача 3.1. Построить овал по осям ***AB*** и ***CD***.

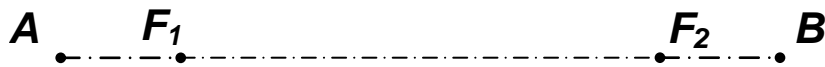


Задача 3.2. Построить овоидальную кривую размера ***AB***.

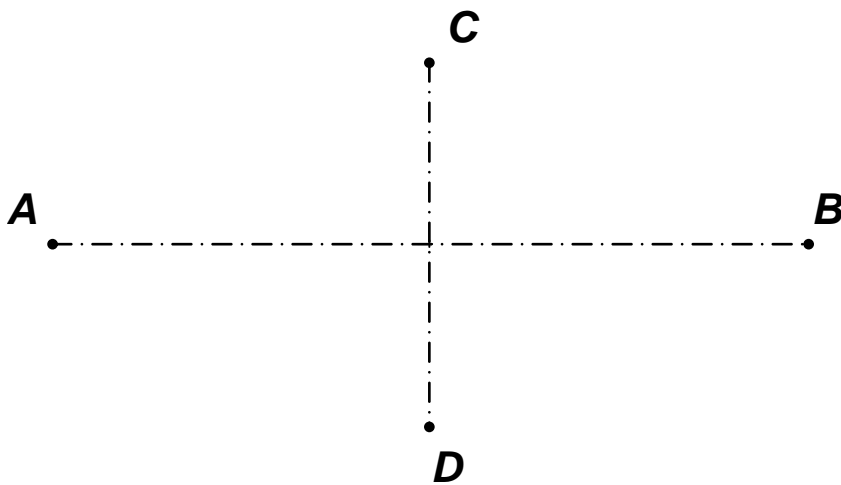


Задача 3.3. Построить эллипс

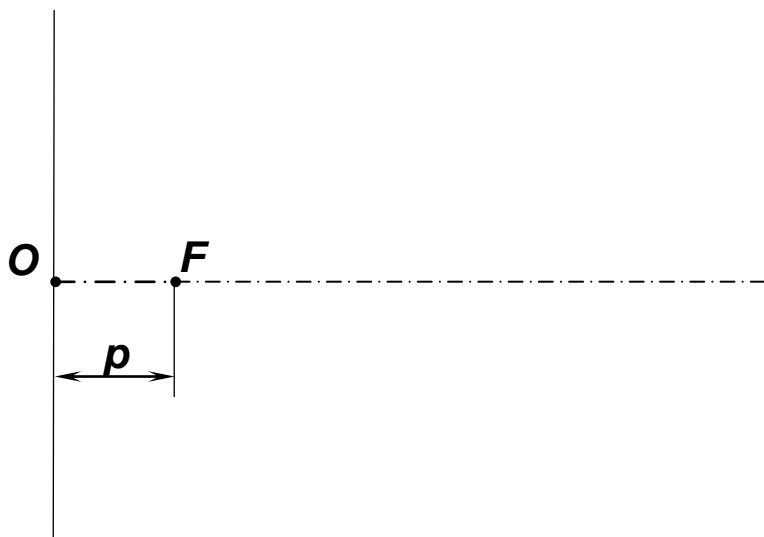
а) по фокусному расстоянию $F_1 F_2$ и большой оси AB .



б) по большой AB и малой CD осям.



Задача 3.5. Построить параболу по заданному параметру p .



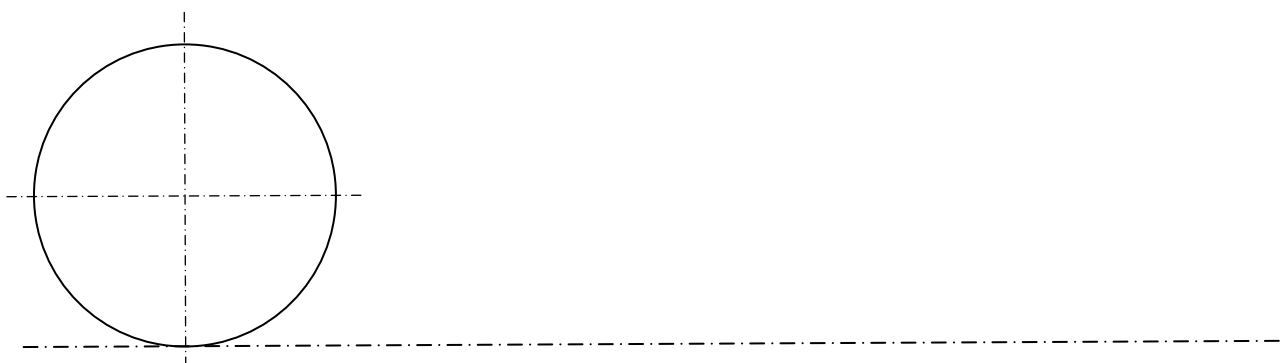
Задача 3.6. Построить гиперболу по заданной действительной оси AA_1 и фокусам F_1 и F_2 .



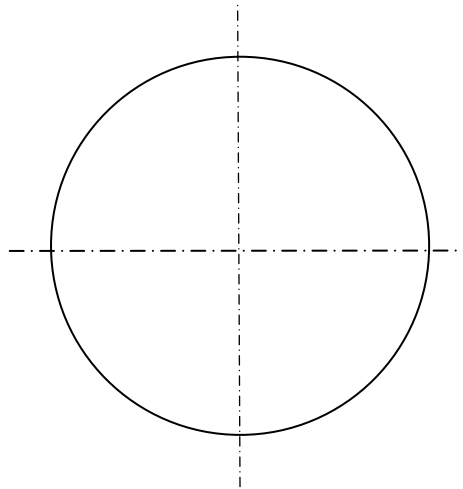
Задача 3.7. Построить из точки O по заданному шагу спираль Архимеда.



Задача 3.8. Построить циклоиду по заданной окружности.



Задача 3.12. Построить эвольвенту окружности.



КОНСУЛЬТАЦИИ

Эллипс – множество точек плоскости, сумма расстояний каждой из которых до двух точек плоскости, называемых фокусами постоянна (равна $2a$ - большой оси эллипса).

Парабола – множество точек плоскости, равноудалённых от точки (фокуса) и прямой (директрисы), лежащих в этой же плоскости. Величина p – расстояние между фокусом и направляющей называется параметром параболы.

Гипербола – множество точек плоскости, разность расстояний которых до двух данных точек той же плоскости (фокусов) есть величина постоянная (равна $2a$ – действительной оси гиперболы).

Спираль Архимеда – плоская кривая, образованная движением точки, совершающей равномерное вращательное движение вокруг центра O и равномерное поступательное движение по радиусу от центра вращения.

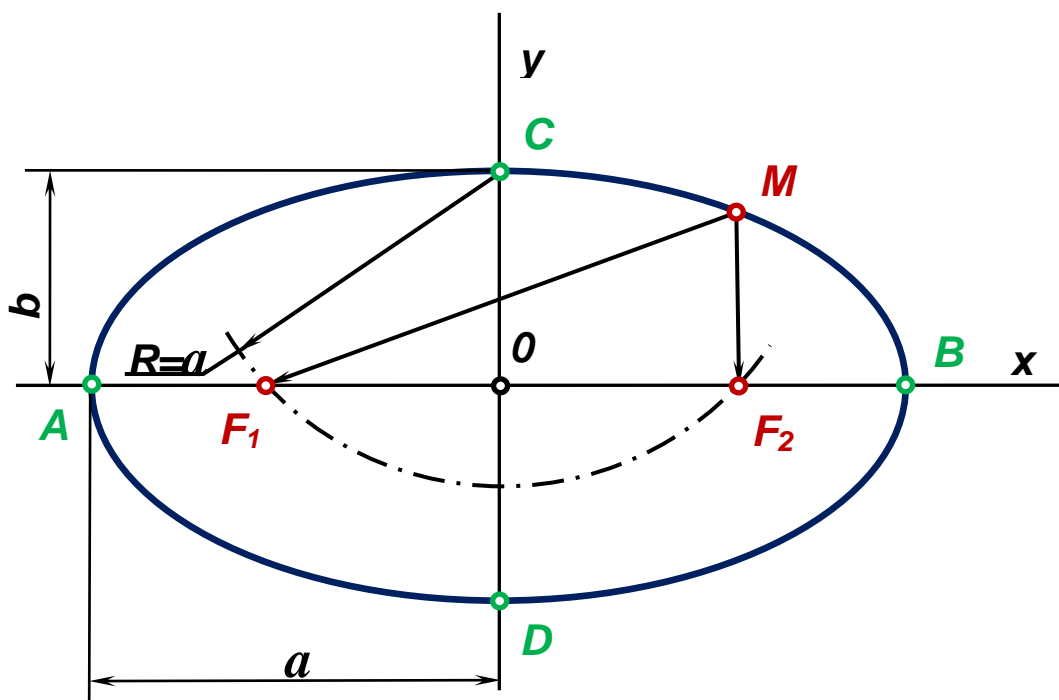
Циклоида – плоская кривая, образованная траекторией движения точки круга, катящегося без скольжения по плоскости.

Эвольвента – траектория движения точки прямой, перекатывающейся без скольжения по окружности.

Эллипс - множество точек M плоскости, сумма расстояний MF_1 и MF_2 которых до двух определенных точек F_1 и F_2 (фокусов эллипса) постоянна:

$$MF_1 + MF_2 = 2a.$$

Середина O отрезка F_1F_2 (фокусного расстояния) называется центром эллипса.

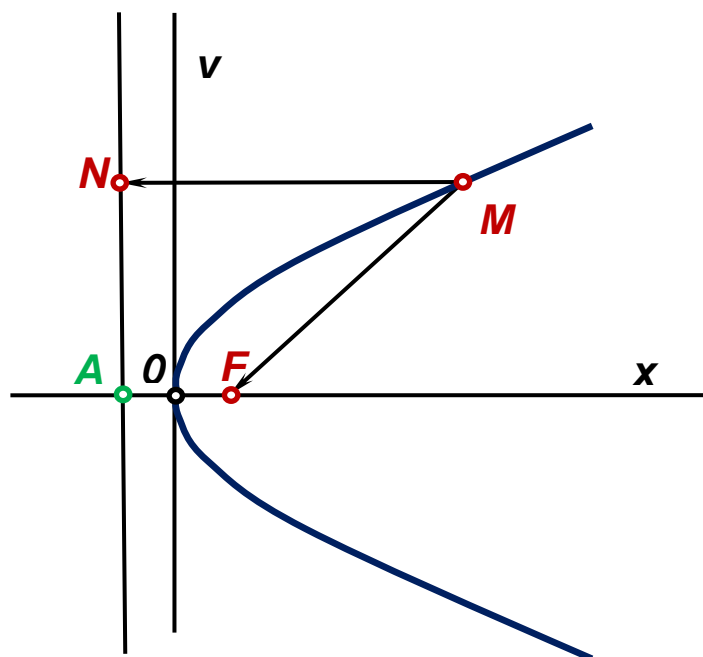


$$MF_1 + MF_2 = 2a$$

Парабола – это кривая второго порядка, прямая пересекает ее в двух точках. При этом парабола может быть определена как:

- множество точек $M(x, y)$ плоскости, расстояние FM которых до определенной точки F этой плоскости (фокуса параболы) равно расстоянию MN до определенной прямой AN - директрисы параболы;

- линия пересечения прямого кругового конуса плоскостью, не проходящей через вершину конуса и параллельная какой-либо касательной плоскости этого конуса.



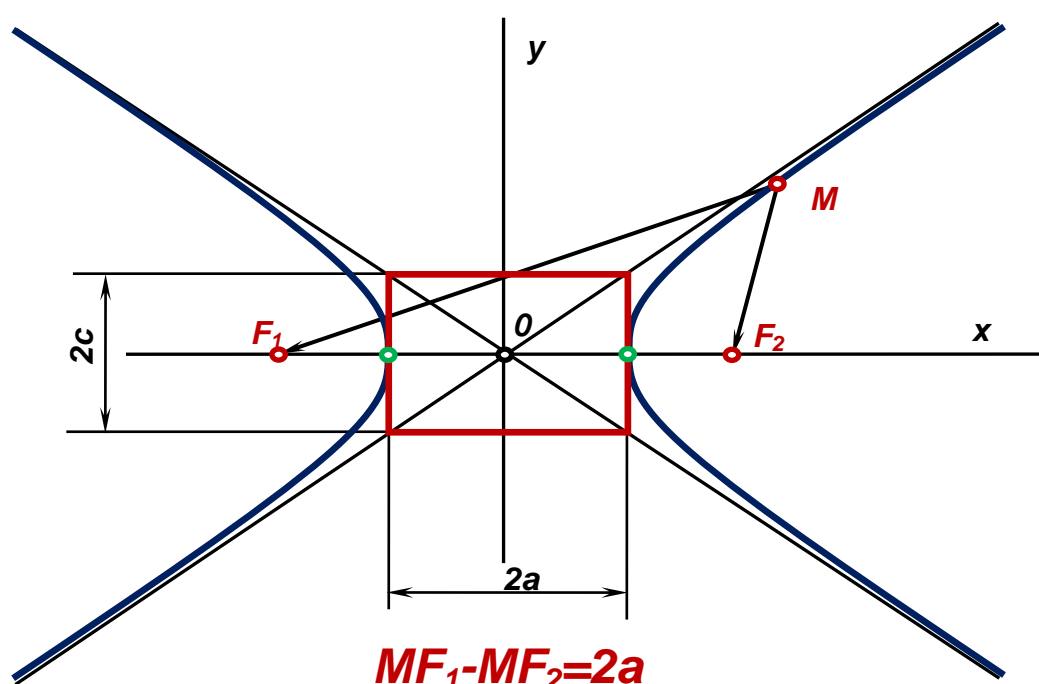
$$MF=MN$$

Гипербола – это множество точек M плоскости разность (по абсолютной величине) расстояний F_1M и F_2M которых до двух определенных точек F_1 и F_2 этой плоскости (фокусов гиперболы) постоянна:

$$F_1M - F_2M = 2a < 2c$$

Середина O отрезка F_1F_2 (фокусного расстояния) называется центром гиперболы;

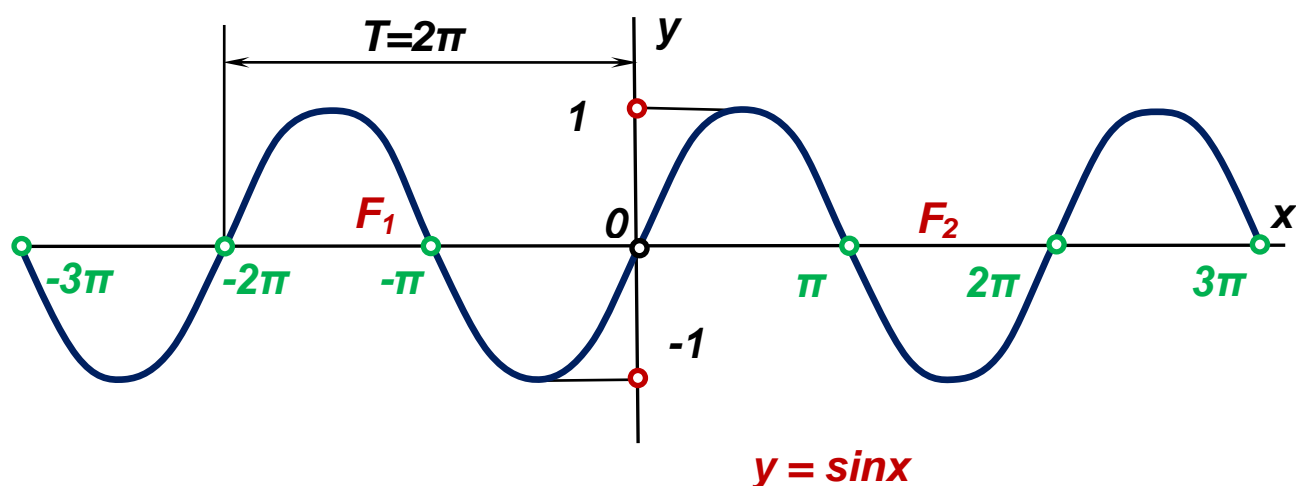
- линия пересечения прямого кругового конуса плоскостью, не проходящей через вершину конуса и пересекающая обе его полости.



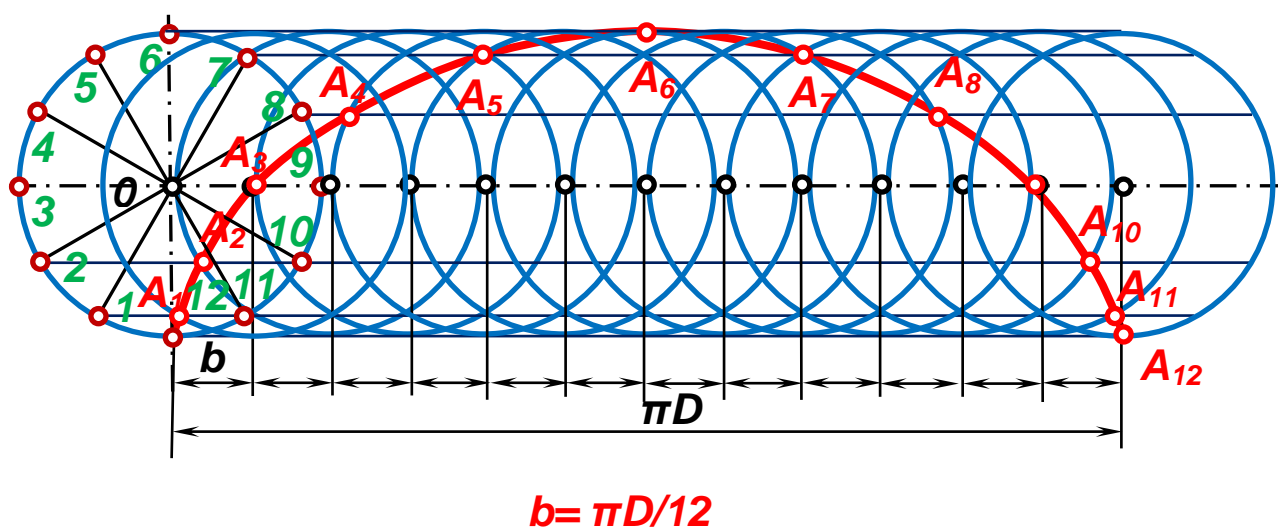
$$MF_1 - MF_2 = 2a$$

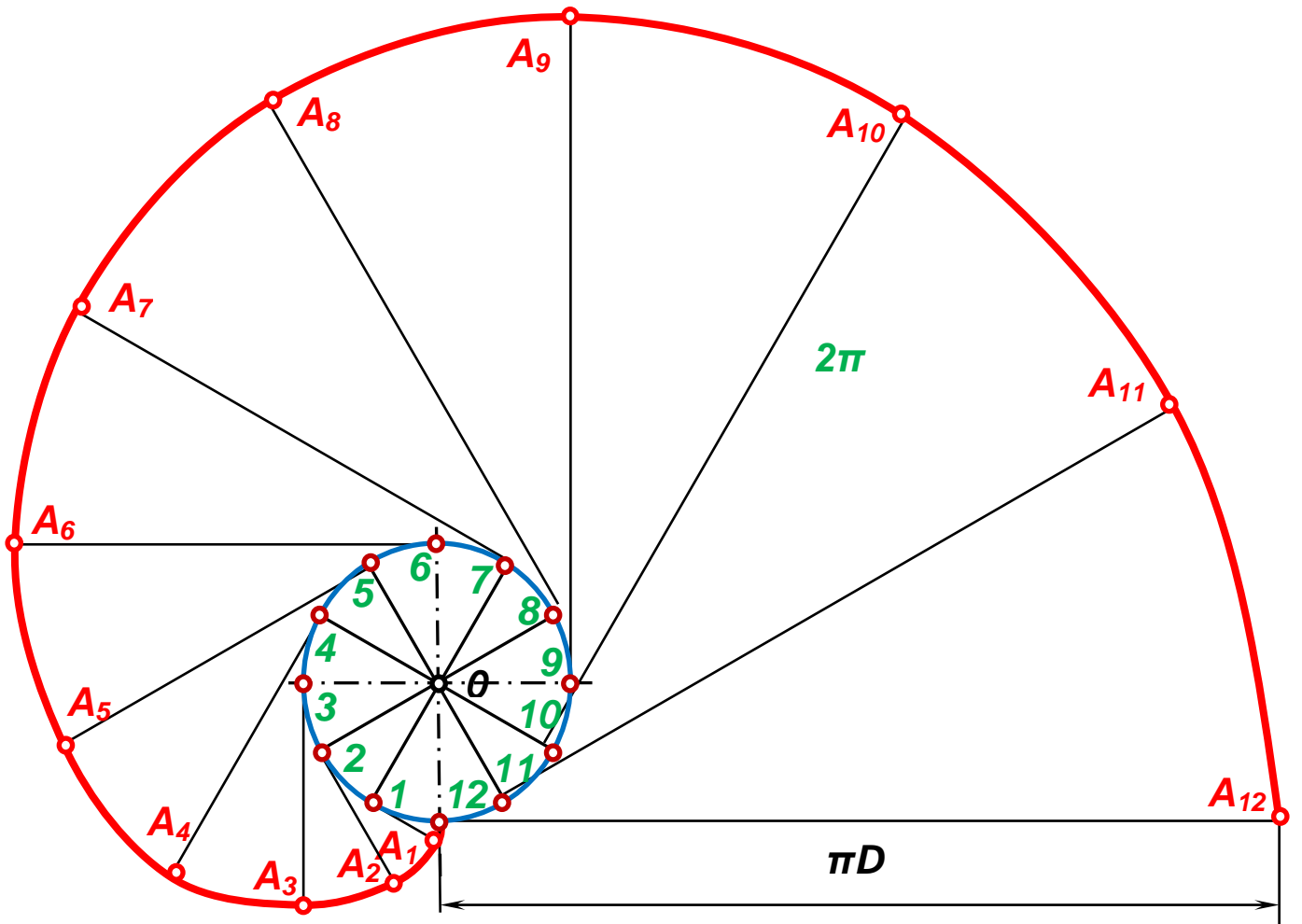
Трансцендентные кривые в отличие от алгебраических могут иметь бесконечное количество точек пересечения с прямой, точек перегиба, вершин и т.п.

Синусоида – это трансцендентная плоская кривая линия, получающаяся в результате двойного равномерного движения точки - поступательного и возвратно-поступательного в направлении, перпендикулярном первому. Синусоида - график функции $y = \sin x$, непрерывная кривая линия с периодом $T = 2\pi$.



Наряду с этим у трансцендентных кривых могут быть характерные точки, которых не существует у алгебраических кривых: точки прекращения, угловые точки (точки излома), асимптотические точки. Простейшими примерами трансцендентных кривых служат графики функций логарифмической, показательной тригонометрической, а также все спирали, циклоиды и т.п.





ЗАНЯТИЕ 4

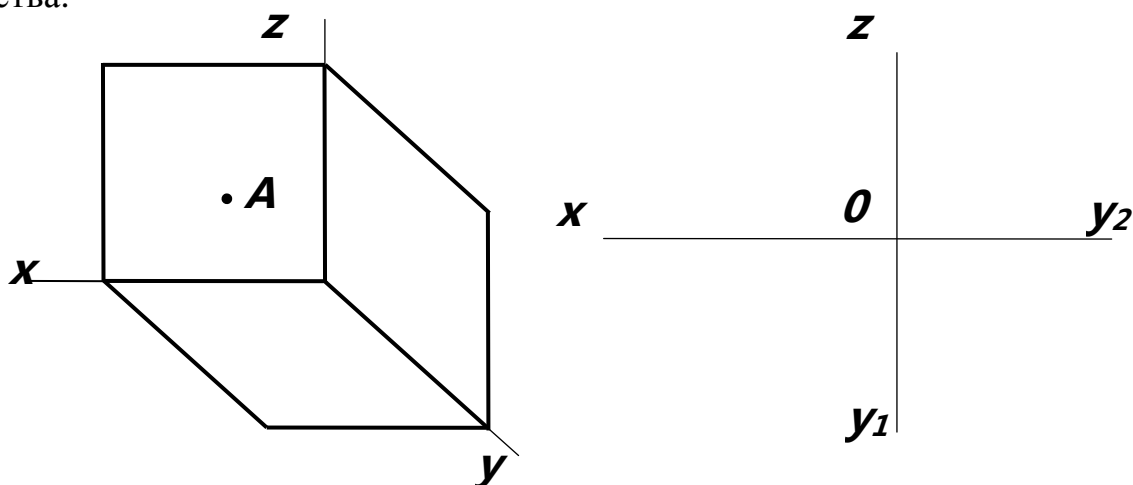
Тема. Задание точки на комплексном чертеже Монжа

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

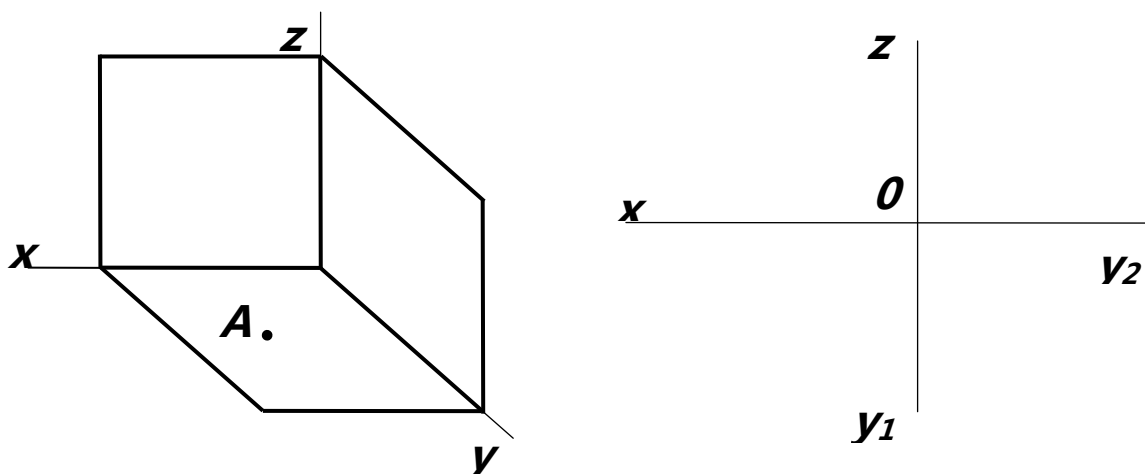
1. Как расположены на эюре проекции одной и той же пространственной точки относительно: а) оси проекции xO ; б) оси проекции yO ; в) оси проекции zO .
2. Каков порядок построения по двум заданным проекциям точки третьей?
3. Чем измеряется на эюре расстояние от точки в пространстве до плоскостей проекции: а) горизонтальной Π_1 ; б) фронтальной Π_2 ; в) профильной Π_3 .
4. Какие координаты определяют горизонтальную, фронтальную и профильную проекции точки?

ЗАДАЧИ

Задача 4.1. Постройте проекции точки **A**, находящейся в первом октанте пространства.

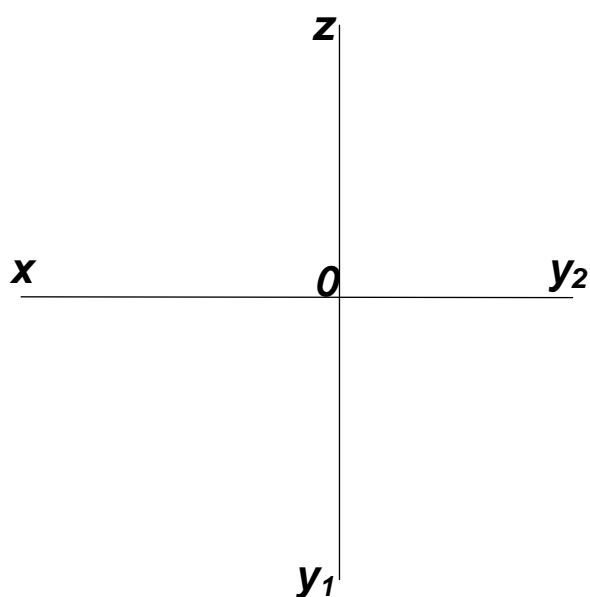


Задача 4.2. Постройте проекции точки **A** при условии, что $Z_A = 0$.

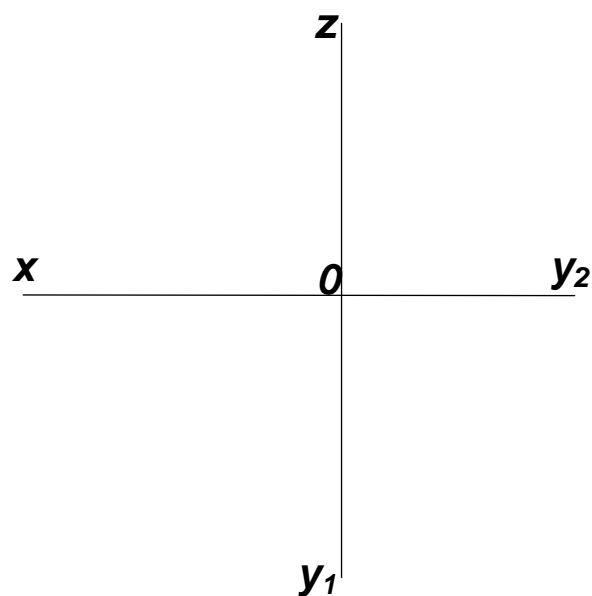


Задача 4.3. Постройте эюр точки **A** по заданным координатам:

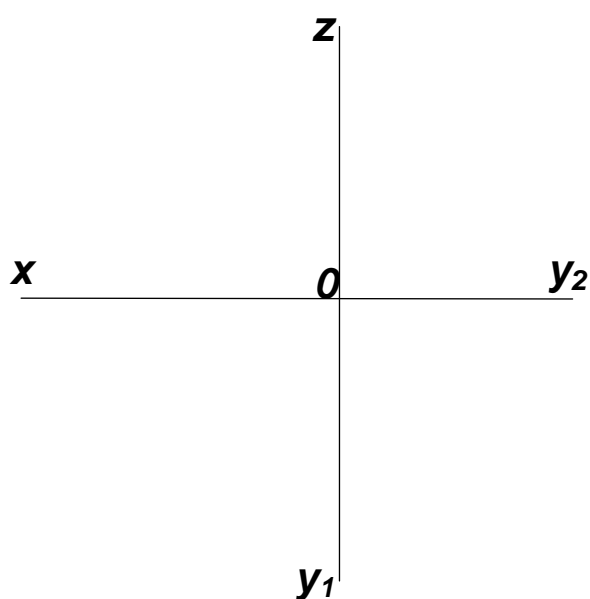
A (15; 25; 35)



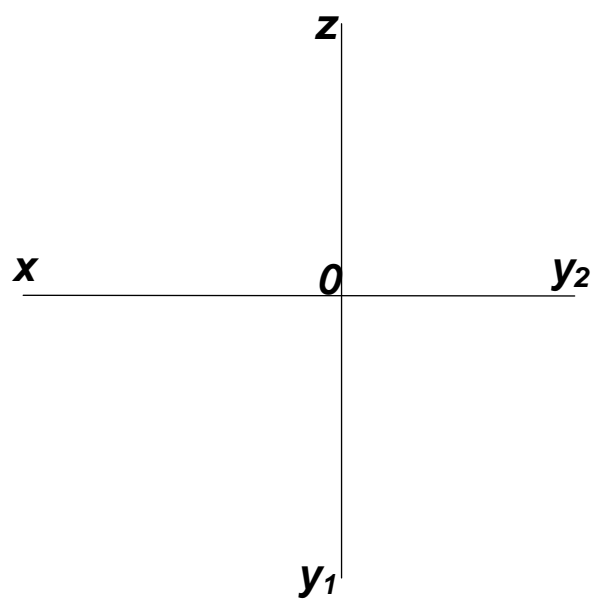
A (35; 25; 0)



A (-10; -30; -20)



A (-15; 0; -25)



(координаты указаны в мм)

КОНСУЛЬТАЦИИ

При построении проекций точек на пространственном чертеже перпендикуляры, опускаемые из данной точки на плоскости проекции, проводите параллельно осям **x0**, **y0**, **z0**.

Так как отрицательные координаты измеряются в направлениях, противоположных положительным, при построении горизонтальной проекции точки на эюре отрезок, определяющий отрицательную координату "Y" отложите вверх от оси **X0**, а при нахождении профильной проекции точки – влево от оси **Z0**.

ЗАНЯТИЕ 5

Тема. Задание прямой на комплексном чертеже Монжа

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

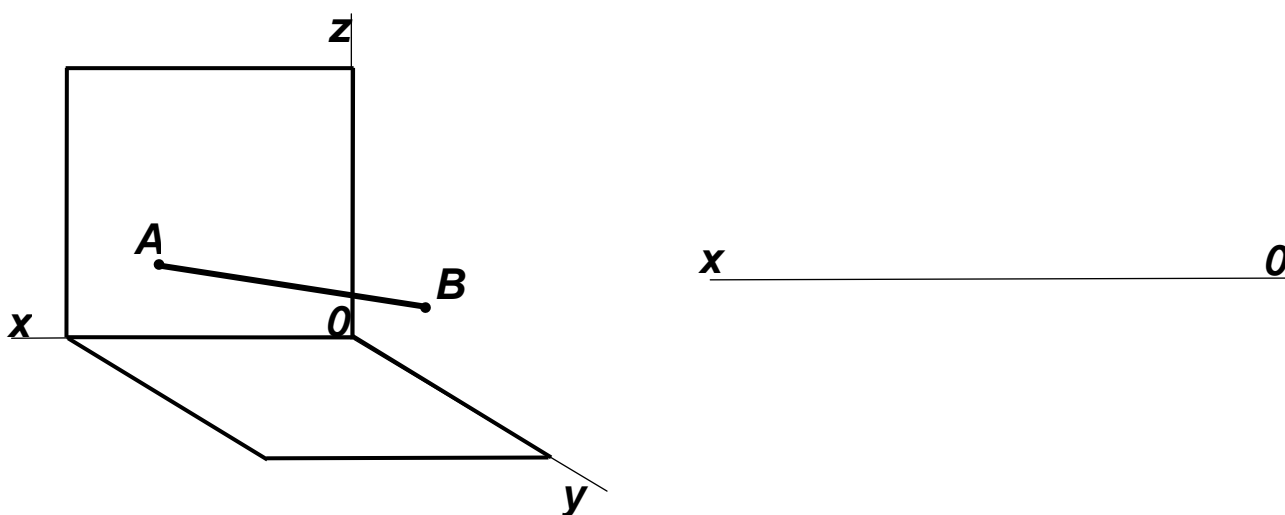
1. Что характерно на эюре для:

- а) прямых общего положения;
- б) прямых, параллельных одной из плоскостей проекций;
- в) прямых, перпендикулярных одной из плоскостей проекций.

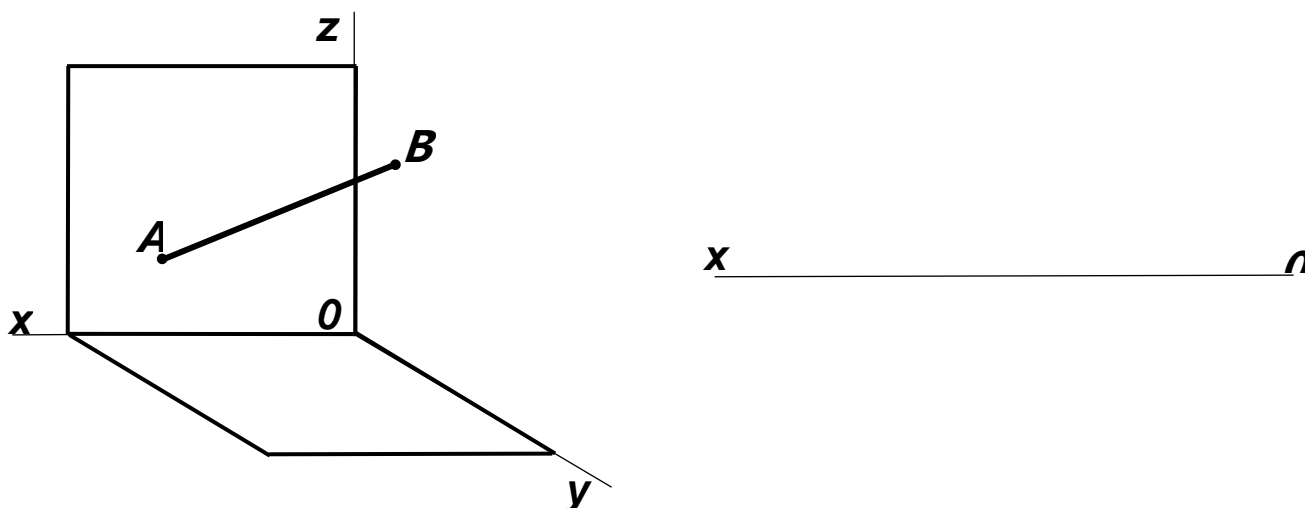
ЗАДАЧИ

Задача 5.1. Постройте проекции прямой **AB** на пространственном чертеже и выполните ее эюр, если прямая:

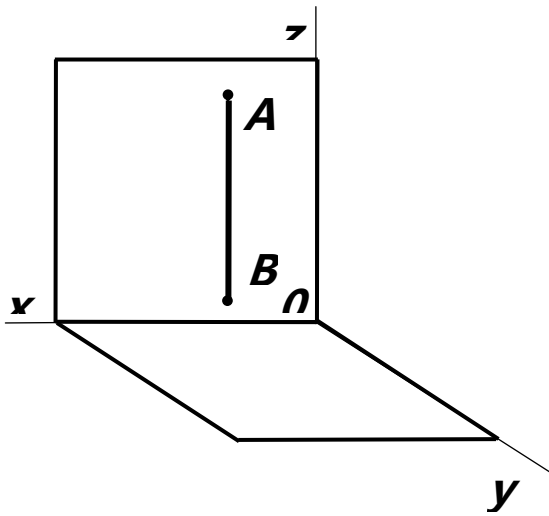
- 1) параллельна горизонтальной плоскости проекций (Π_1):



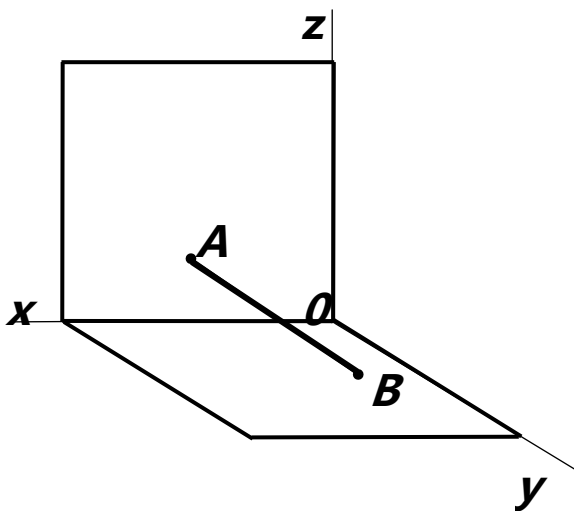
- 2) параллельна фронтальной плоскости проекций (Π_2):



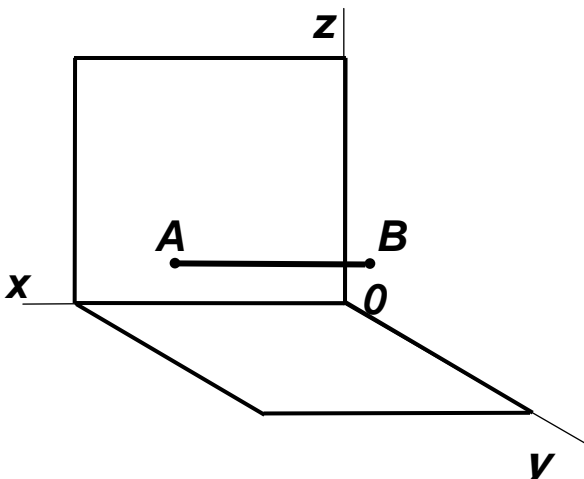
3) перпендикулярна горизонтальной плоскости проекции (Π_1):



4) перпендикулярна фронтальной плоскости проекций (Π_2):



5) параллельна оси проекций (XO):



Задача 5.2. Постройте эпюр отрезка **AB** если он:

- | | | |
|-------------------|----------|---|
| x
_____ | 0 | 1) общего положения, находится во второй четверти пространства и упирается концом A в фронтальную плоскость проекций; |
| x
_____ | 0 | 2) находится в первой четверти пространства, расположен параллельно фронтальной плоскости проекций и упирается концом A в горизонтальную плоскость проекций; |
| x
_____ | 0 | 3) лежит произвольно на передней поле горизонтальной плоскости проекций; |
| x
_____ | 0 | 4) находится в третьей четверти пространства, расположен перпендикулярно горизонтальной плоскости проекций и его конец A одинаково удален от плоскостей проекций Π_1 и Π_2 . |

ЗАНЯТИЕ 6

Тема: Взаимное положение точки и прямой.

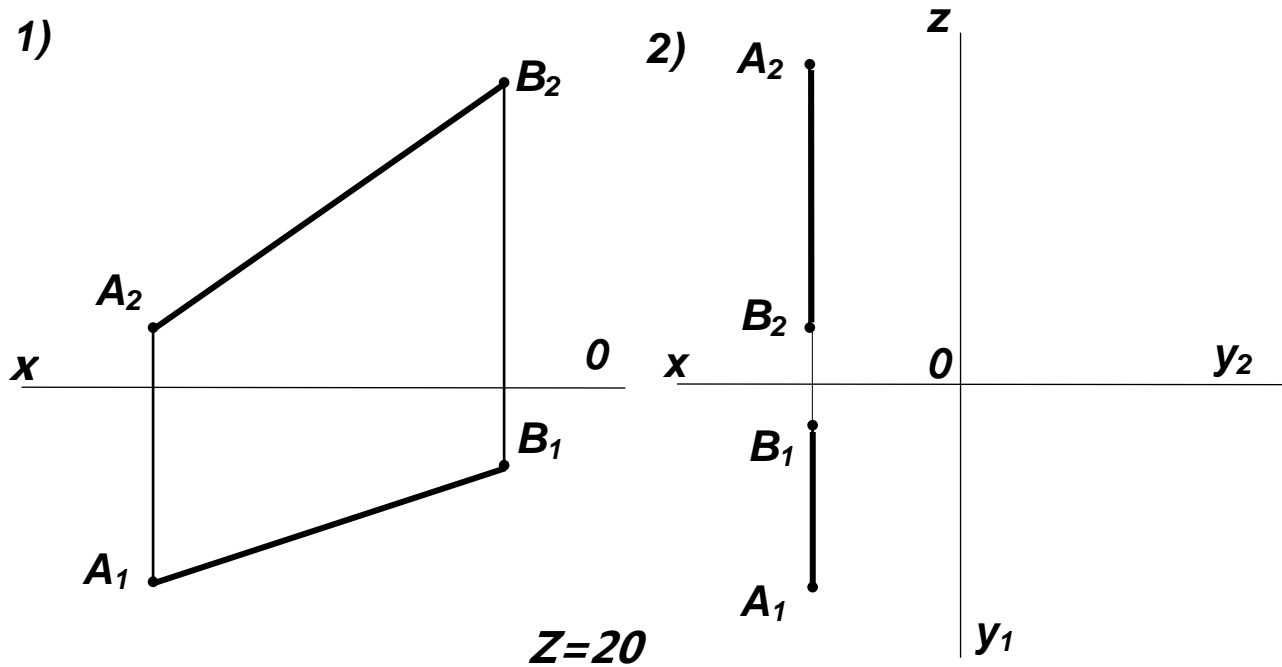
Взаимное положение двух прямых

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как определить взаимную принадлежность точки и прямой по эпюру?
2. Как построить по одной заданной проекции точки, принадлежащей профильной прямой, недостающие ее проекции?
3. Что характерно для эпюра прямых?
 - а) параллельных;
 - б) пересекающихся.
4. Как определить по эпюру, что прямые скрещивающиеся?
5. Как по эпюру определить взаимное положение двух профильных прямых?

ЗАДАЧИ

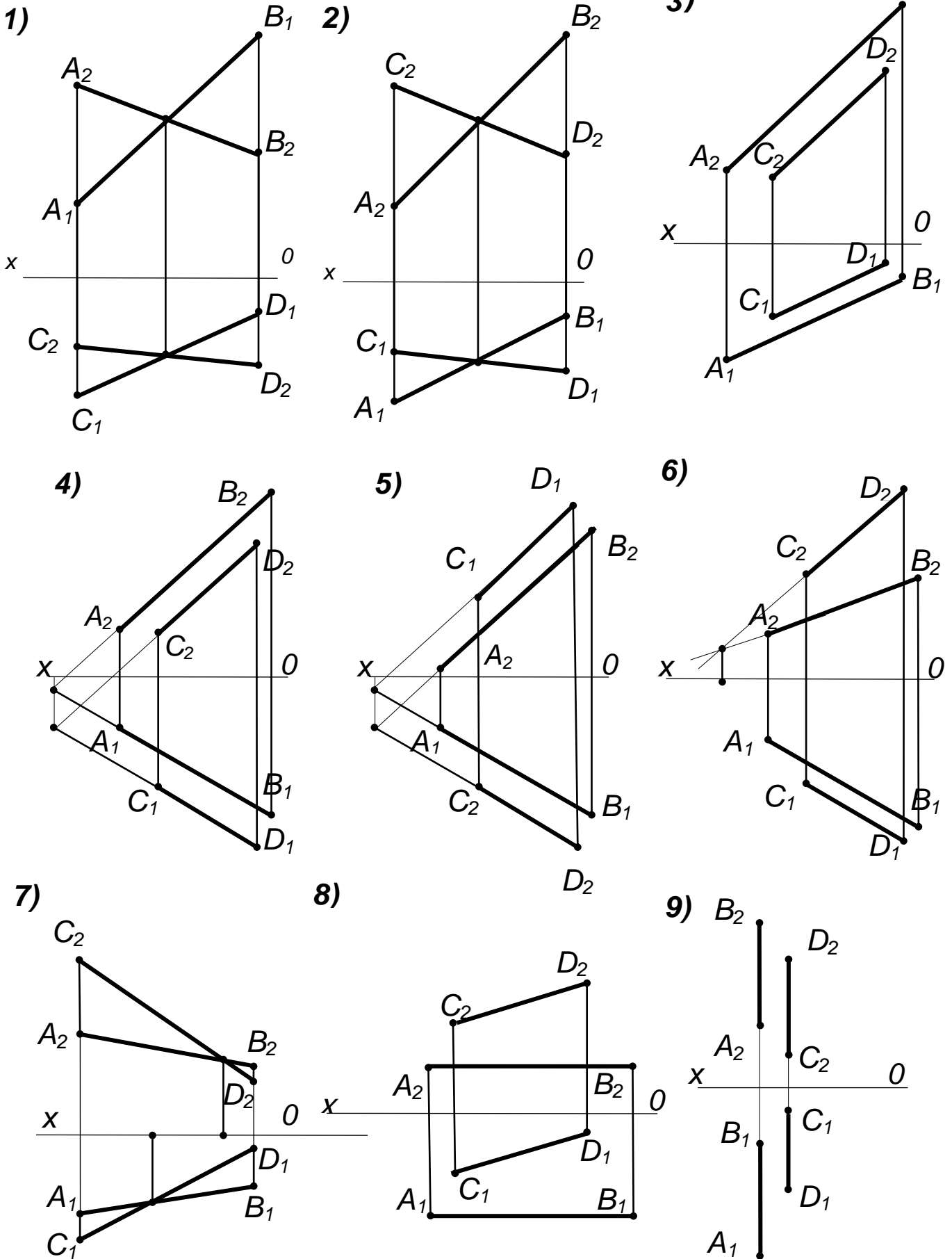
Задача 6.1 (1, 2). Найти на прямой **AB** точку, если дано ее расстояние от какой-либо плоскости проекций.



КОНСУЛЬТАЦИЯ

К задаче 6.1 (1, 2). Используя заданную координату, постройте одну проекцию точки, остальные проекции точки найдите на одноимённых проекциях прямой, как недостающие при одной заданной.

Задача 6.2 (1-9). Определить взаимное положение прямых по эпюру.



ЗАНЯТИЕ 7Тема: Следы прямойКОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется следом прямой?
2. Как располагаются на эюре проекции:
 - а) фронтального следа прямой;
 - б) горизонтального следа прямой.
3. Какие прямые имеют в системе плоскостей проекций Π_1, Π_2, Π_3 :
 - а) только один след?
 - б) два следа?
 - в) три следа?

ЗАДАЧИ

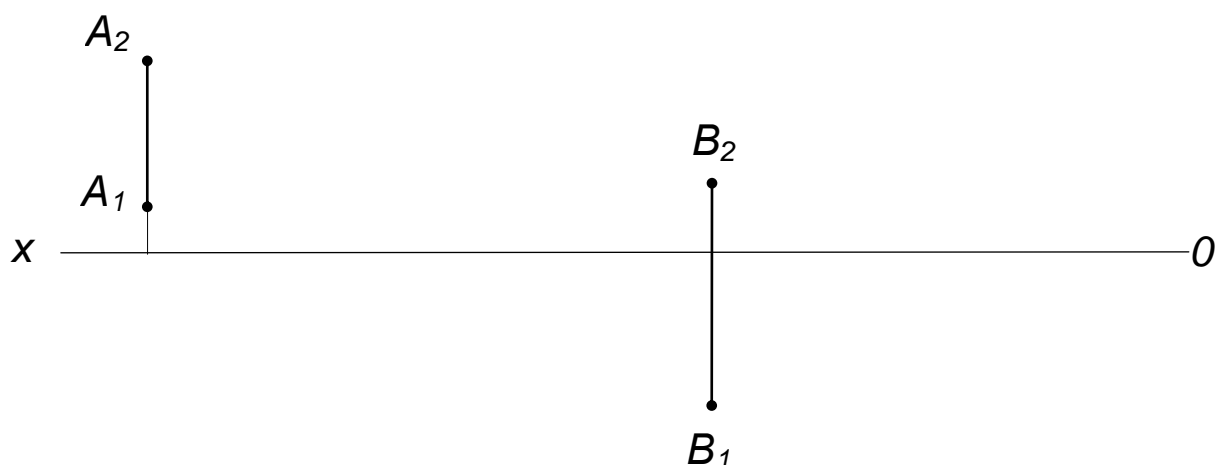
Задача 7.1. Постройте проекции прямой по заданным ее следам.

$$A_2 \equiv A_1$$

x _____ 0

$$\bullet B_1 \equiv B_2$$

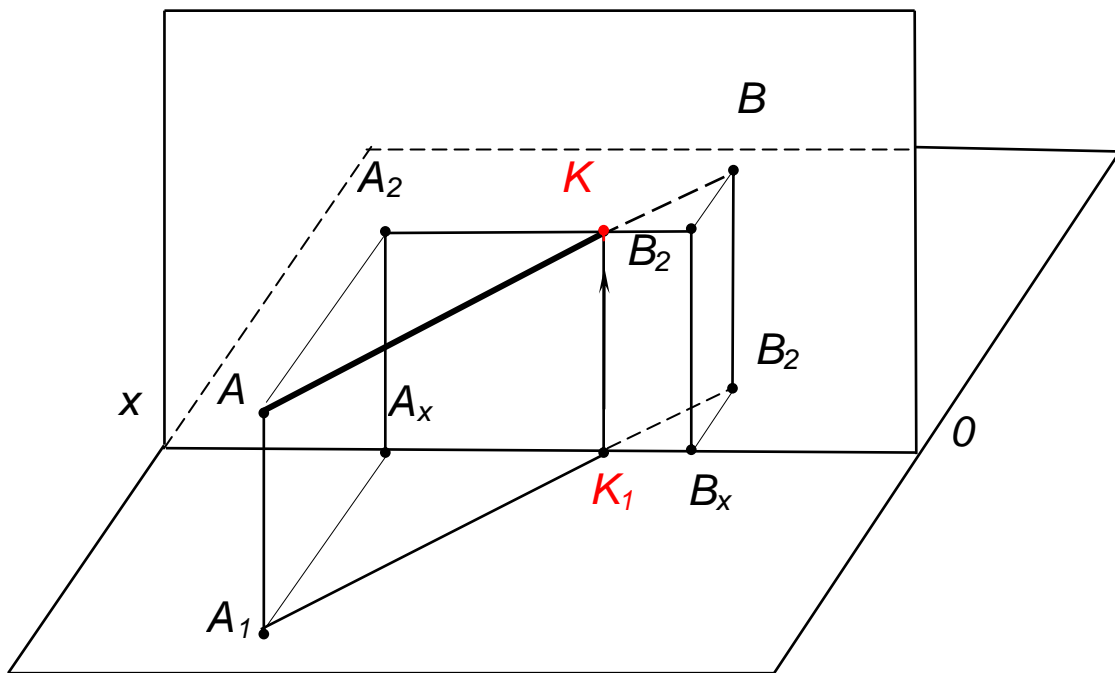
Задача 7.2. Найдите проекции следов прямой, проходящей через точки A и B .



К задаче 7.2. Соедините одноименные проекции точек **A** и **B** и найдите проекции следов заданной прямой.

К задаче 7.3. 1) До решения задачи представьте себе в пространстве положение заданной прямой и определите количество следов в системе плоскостей проекций Π_1, Π_2 .

2) Графический ключ решения задачи.



ЗАНЯТИЕ 8

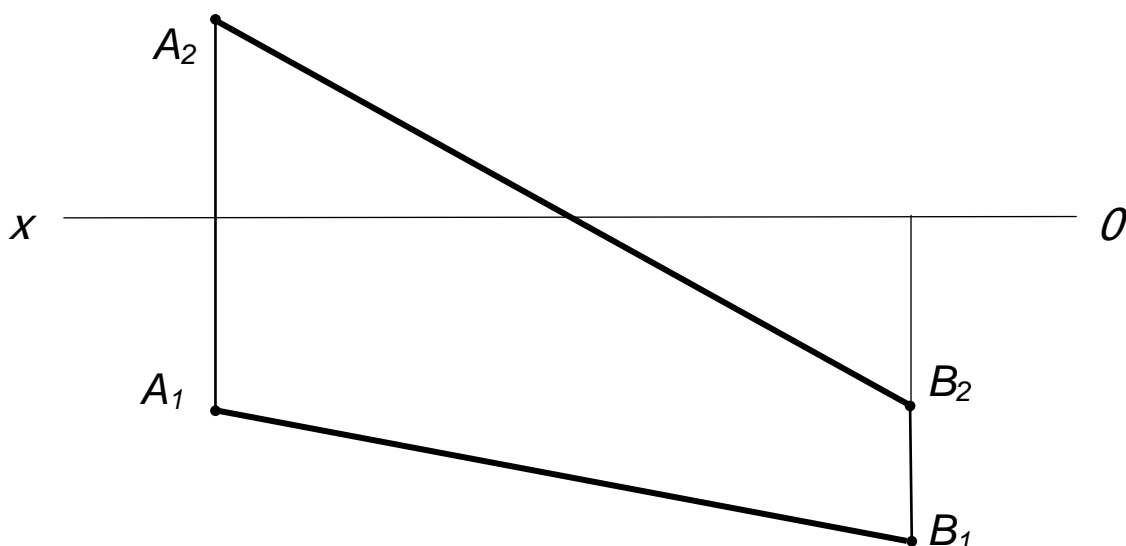
Тема: Метрические задачи. Позиционные задачи. Метод прямоугольного треугольника. Свойства проекций прямого угла

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

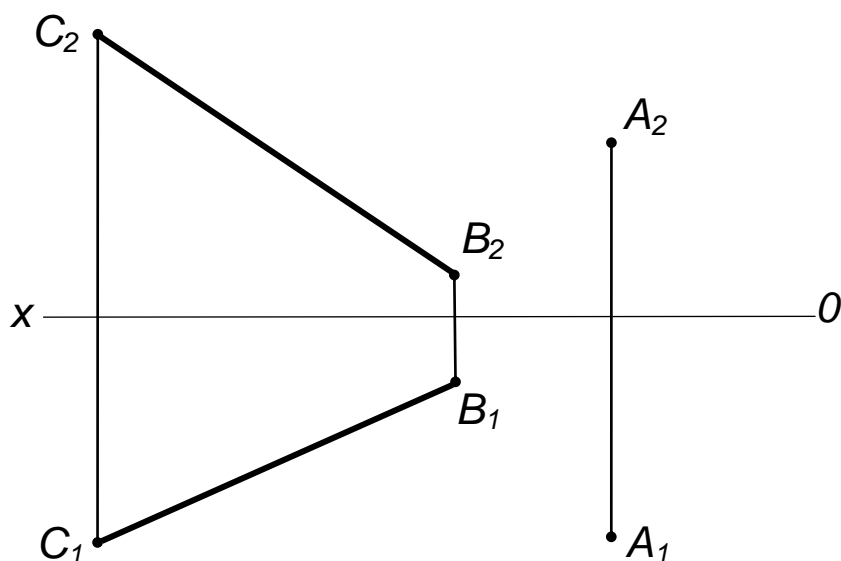
1. При каком расположении отрезка прямой относительно плоскостей Π_1 , Π_2 , Π_3 его проекция изображает действительную величину?
2. Как определить углы наклона прямой к плоскостям проекции?
3. Как определить по эюру действительную величину отрезка прямой общего положения и углы наклона его к плоскостям проекций?
4. В каком случае любой угол проецируется в действительную величину?
5. В каком случае прямой угол проецируется в действительную величину?

ЗАДАЧИ

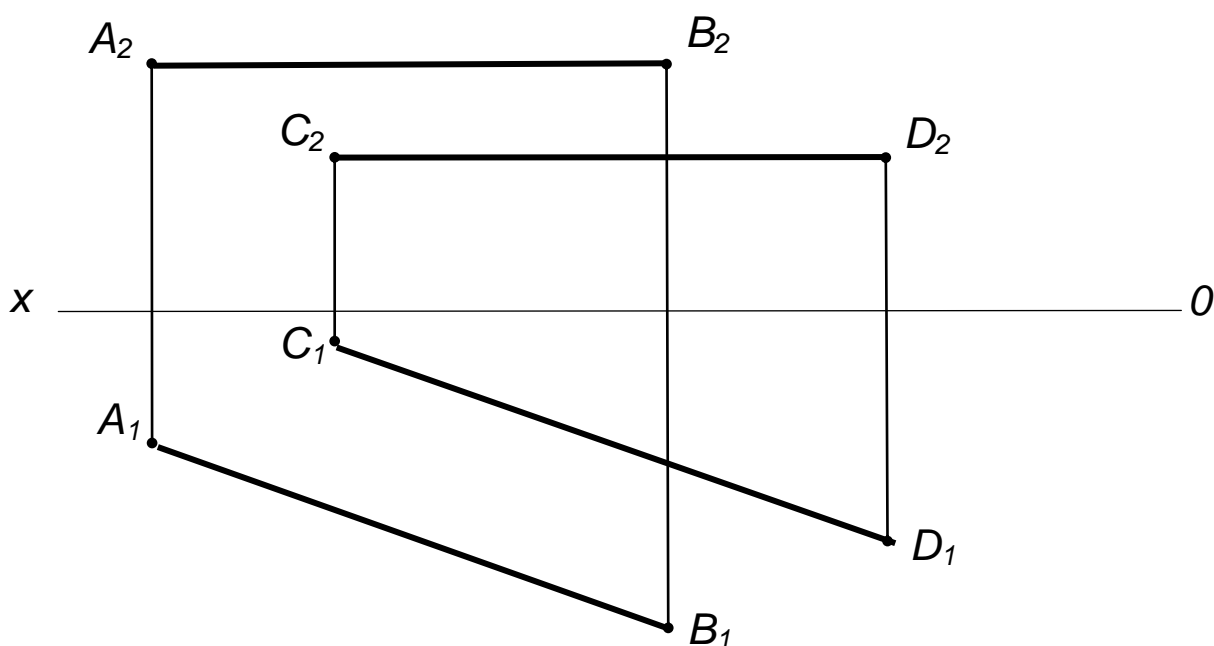
Задача 8.1. Определить действительную длину отрезка прямой **AB** и углы ее наклона к плоскостям Π_1 и Π_2 ?



Задача 8.2. Определить расстояние от точки **A** до прямой **BC**.



Задача 8.3. Определить расстояние между прямыми **AB** и **CD**.



КОНСУЛЬТАЦИИ

К задаче 8.2. Для решения задачи нужно точку **A** и отрезок прямой **BC** заключить в "жесткий" треугольник, построить его по действительным размерам трех сторон и опустить перпендикуляр из точки **A** на прямую **BC**.

К задаче 8.3. Для решения задачи задайте точку на одной из прямых и опустите из нее перпендикуляр на другую прямую.

ЗАНЯТИЕ 9

Тема. Задание плоскости на комплексном чертеже Монжа. **Точка на плоскости**

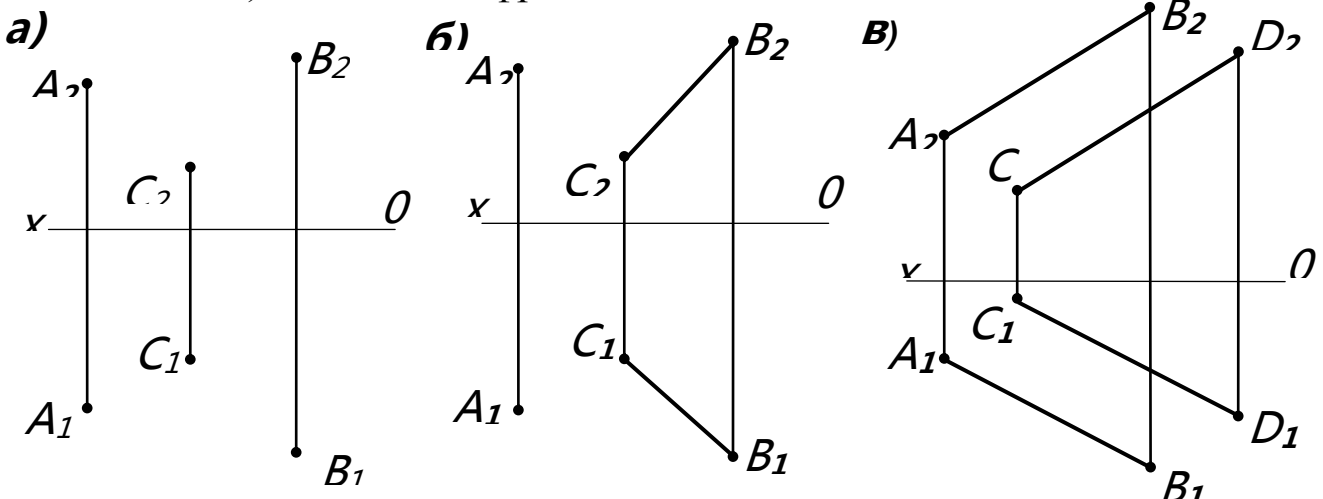
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какими способами задаются плоскости на эюре?
2. Как провести на эюре заданной плоскости прямую, принадлежащую ей?
3. Что такое горизонталь и фронталь плоскости и в какой последовательности строят их проекции на эюре?

ЗАДАЧИ

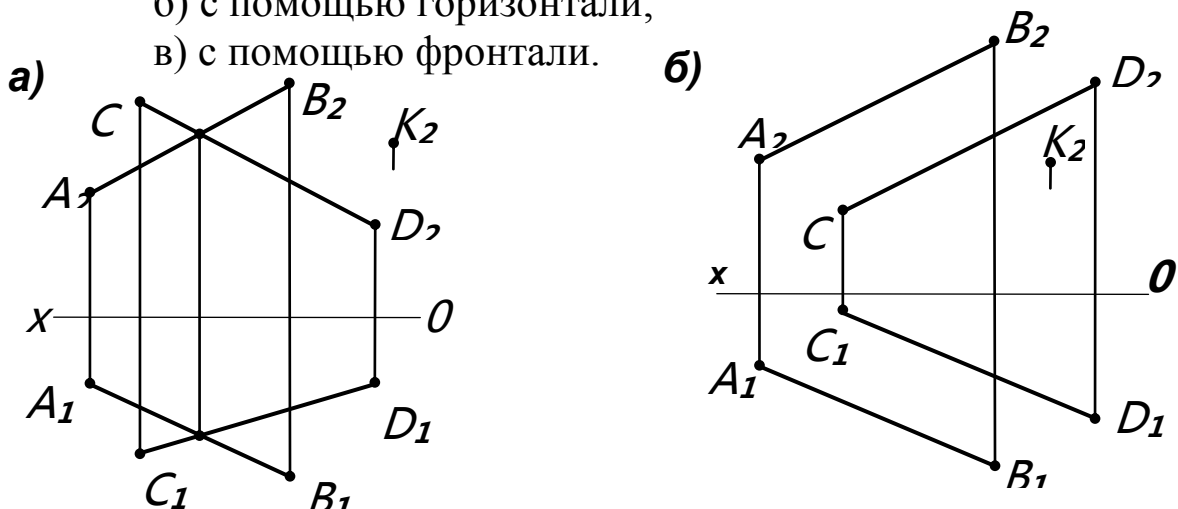
Задача 9.1. Задайте на плоскости произвольную точку:

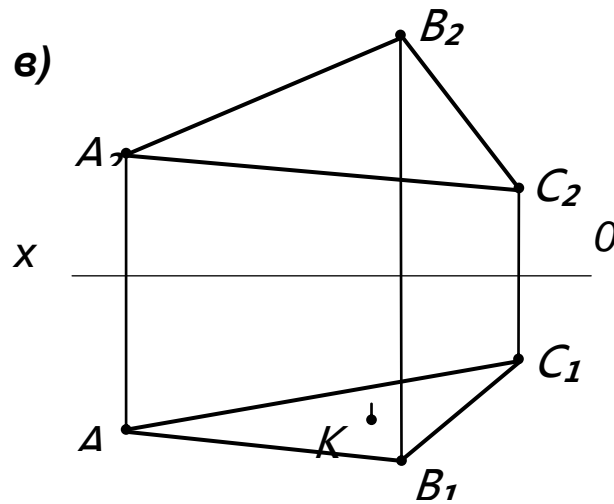
- а) с помощью произвольной прямой;
- б) с помощью горизонтали;
- в) с помощью фронтали.



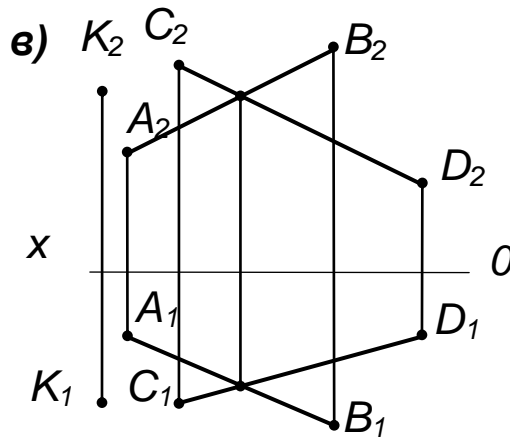
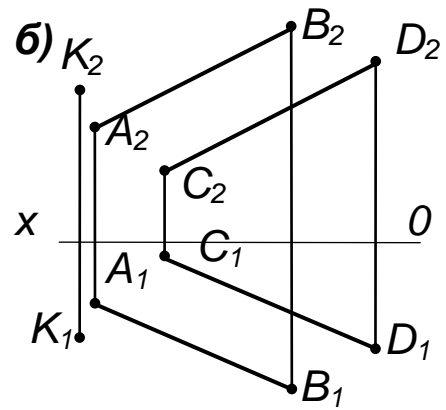
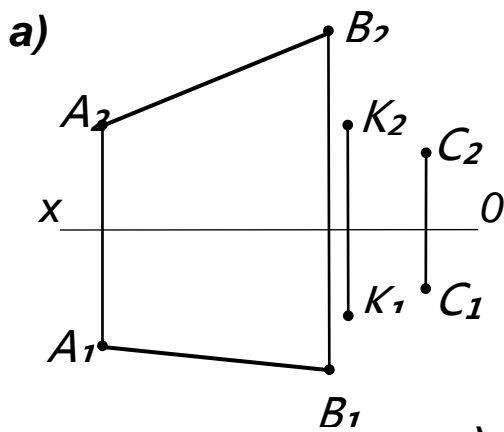
Задача 9.2. Найдите недостающую проекцию точки **K**, лежащей на заданной плоскости:

- а) с помощью произвольной прямой;
- б) с помощью горизонтали;
- в) с помощью фронтали.





Задача 9.3. По заданным проекциям точки и плоскости определите, лежит ли точка **K** в заданной плоскости, используя любые прямые.



КОНСУЛЬТАЦИИ

К задаче 9.1 (а). Перейдите к заданию плоскости треугольником, двумя параллельными или пересекающимися прямыми.

К задаче 9.1 (б). Постройте горизонталь на эпюре, начиная с проведения ее фронтальной проекции.

К задаче 9.1 (в). Постройте фронталь на эпюре, начиная с проведения ее горизонтальной проекции.

ЗАНЯТИЕ 10

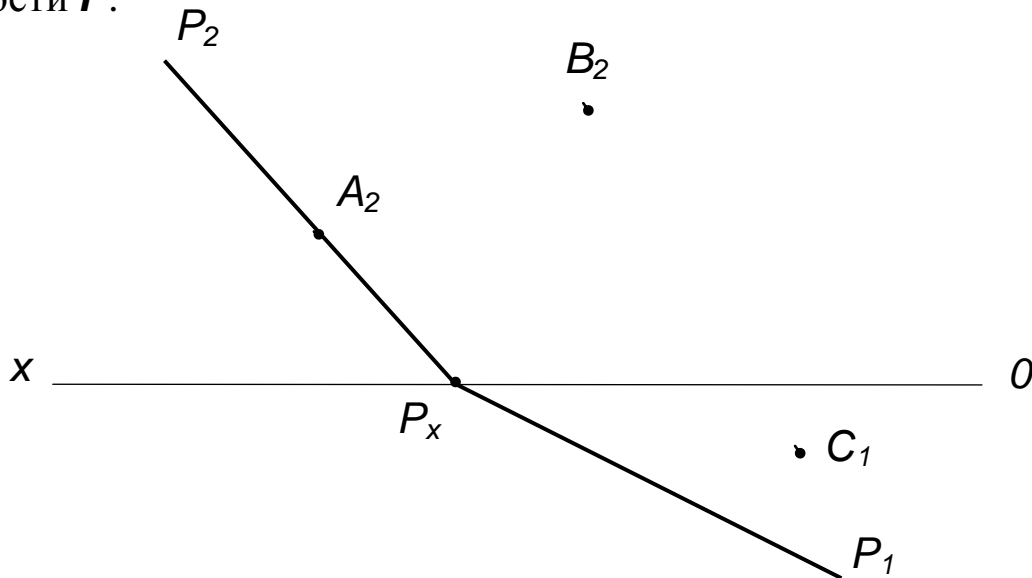
Тема: Задание плоскости следами

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется следом плоскости?
2. В чем условность задания плоскости следами на эюре?
3. Где находятся следы прямой, принадлежащей плоскости?

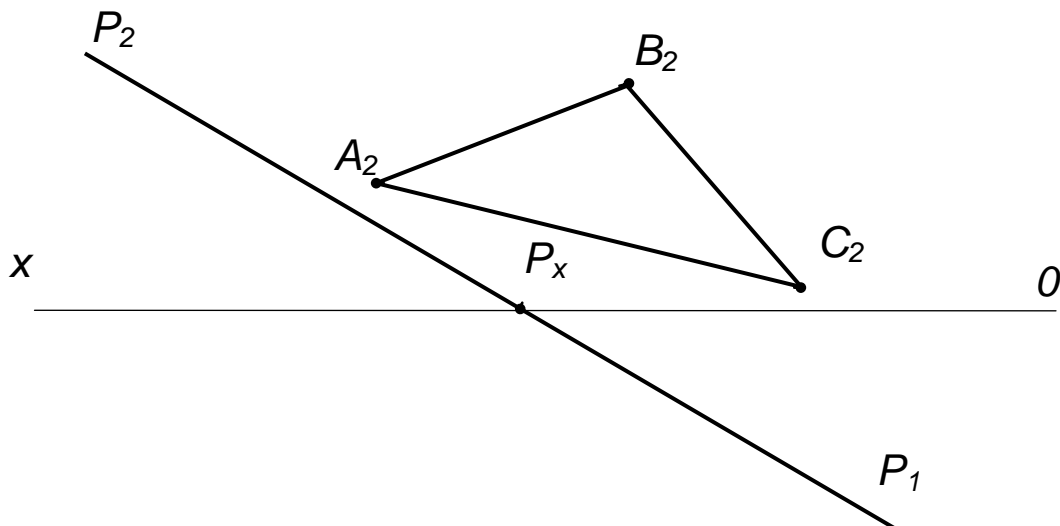
ЗАДАЧИ

Задача 10.1. Определите недостающие проекции точек, лежащих в плоскости P .

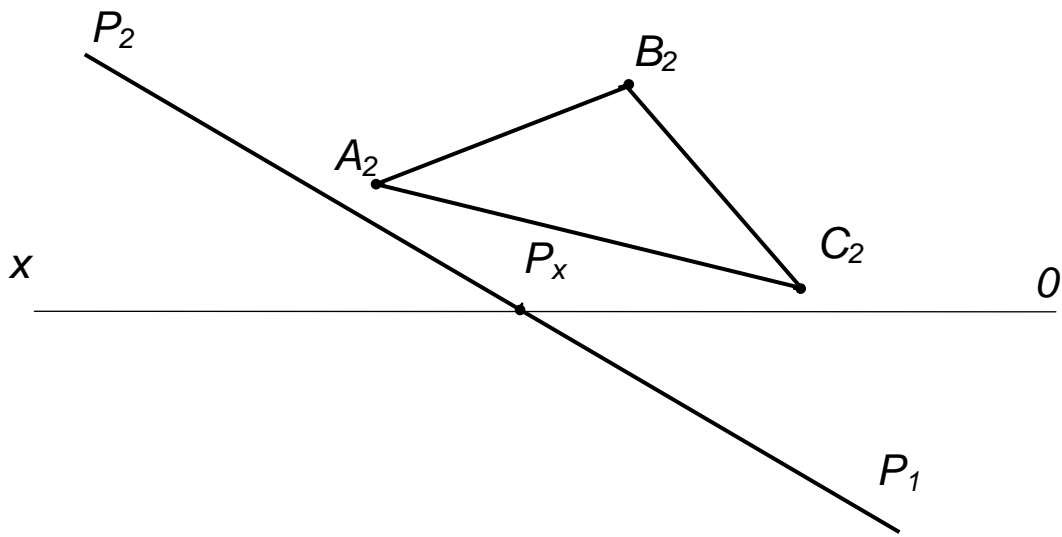


Задача 10.2. Дана фронтальная проекция треугольника ABC , лежащего в плоскости P . Определите его горизонтальную проекцию:

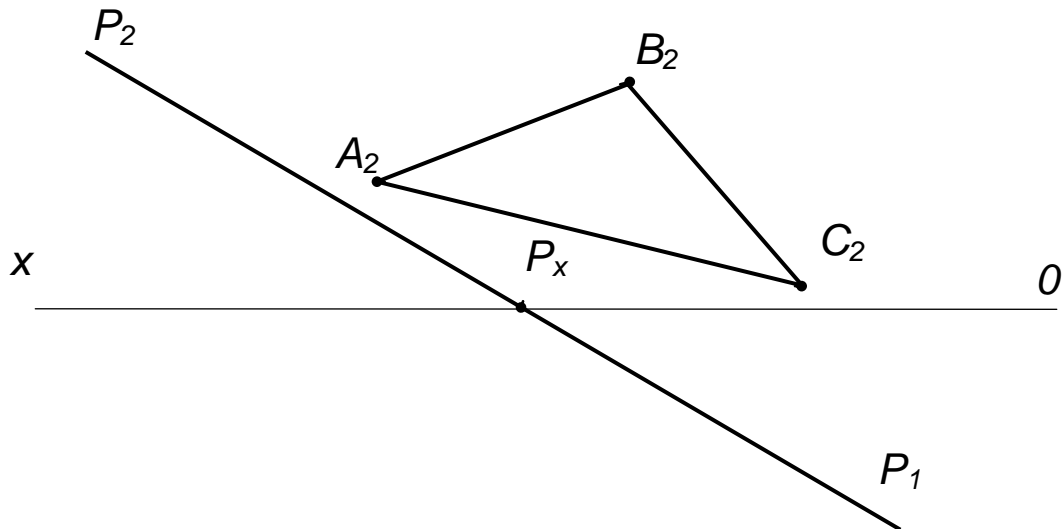
- 1) пользуясь фронталями плоскости P



2) пользуясь горизонталями плоскости P

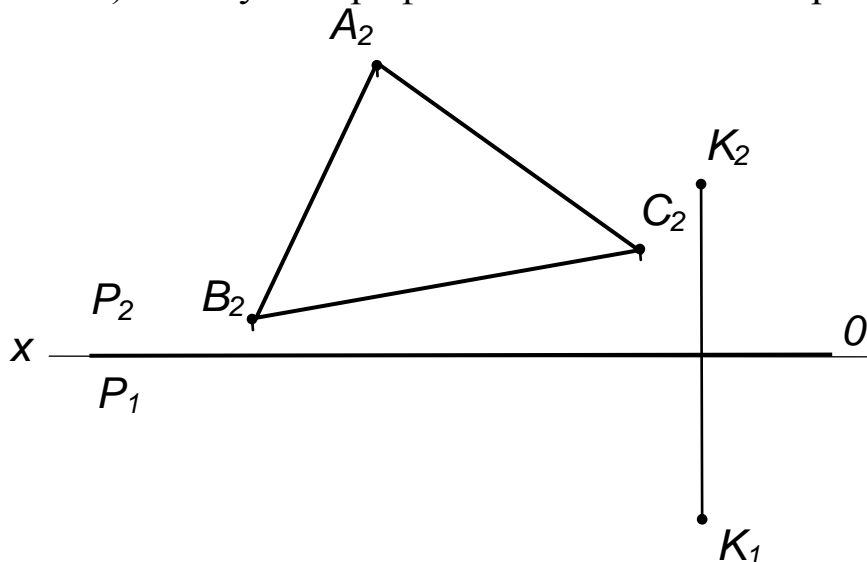


3) пользуясь прямыми общего положения

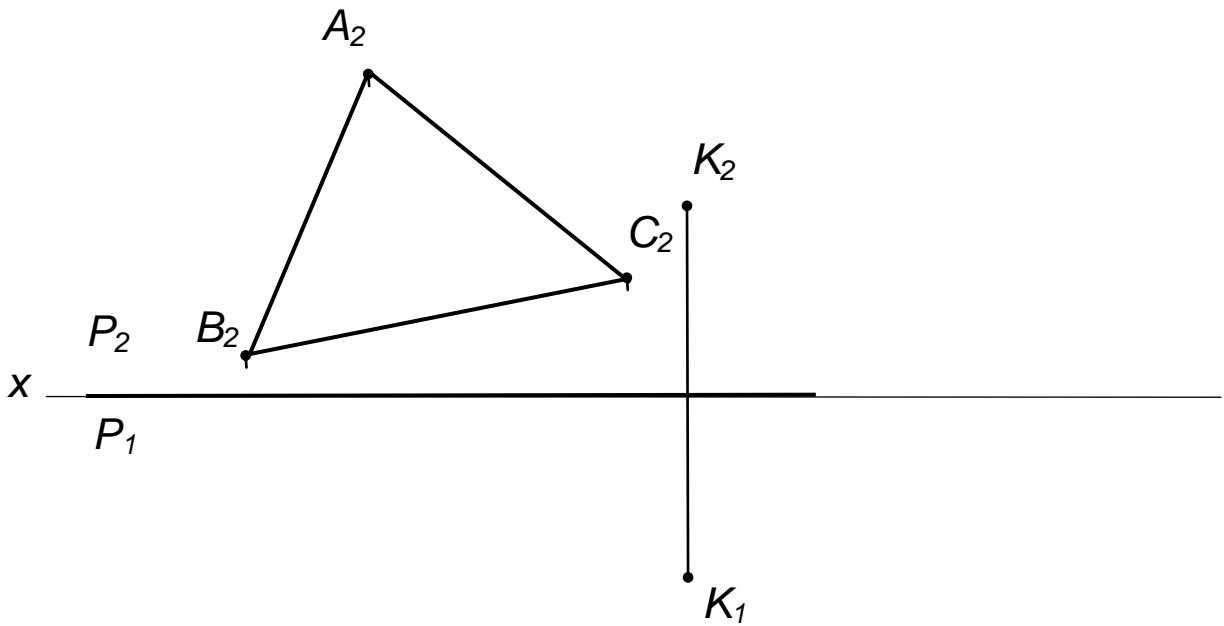


Задача 10.3. Дана одна из проекций треугольника ABC , лежащего в профильно-проецирующей плоскости. Определите другую ее проекцию:

1) пользуясь профильной плоскостью проекций



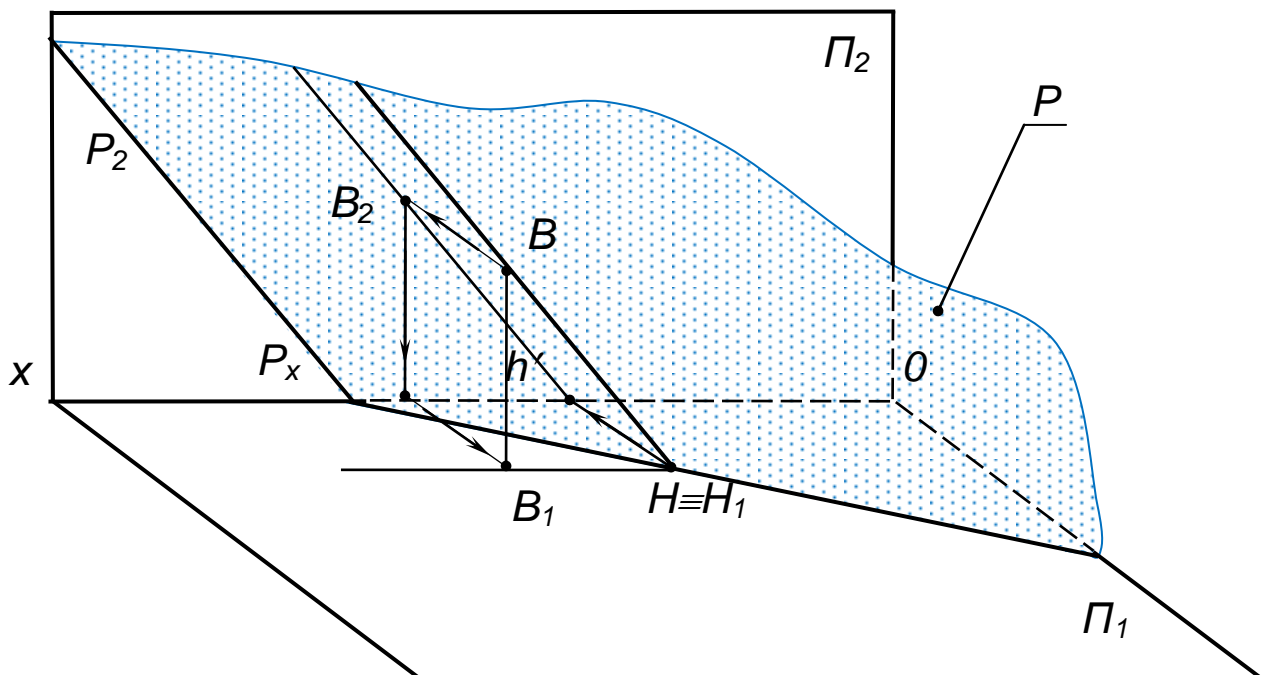
2) не пользуясь профильной плоскостью проекций



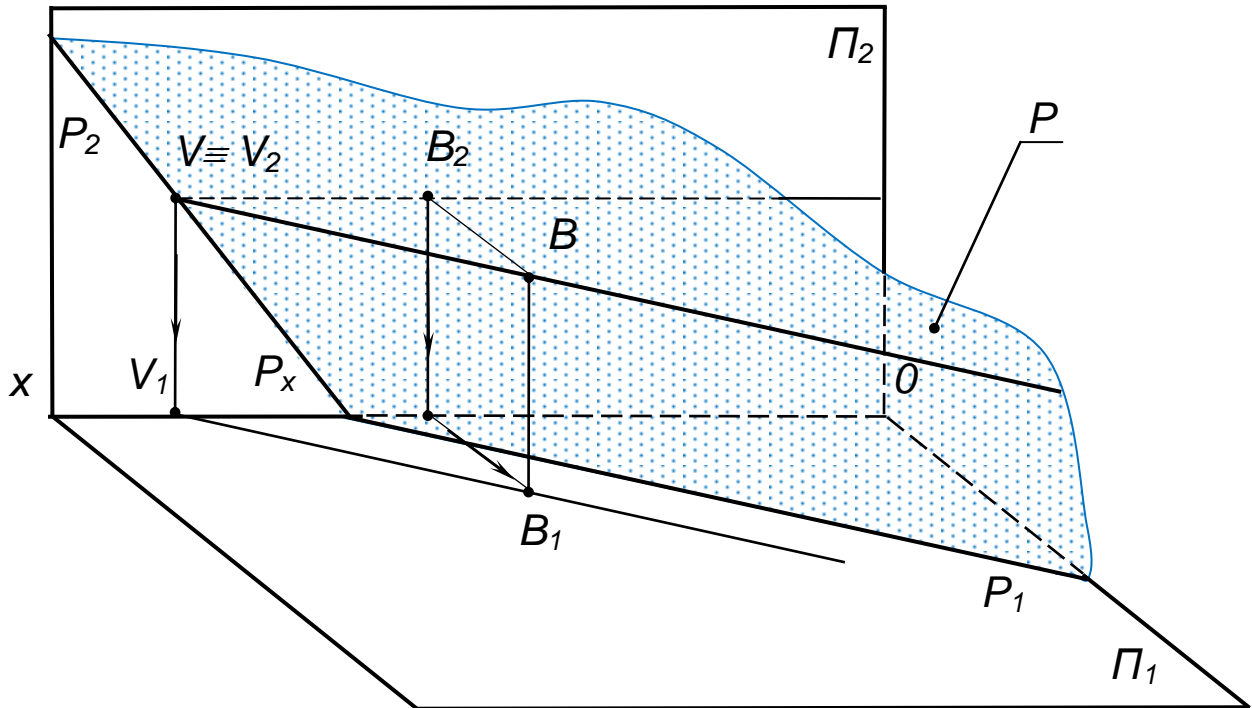
КОНСУЛЬТАЦИИ

К задаче 10.1. Графические ключи решения задачи:

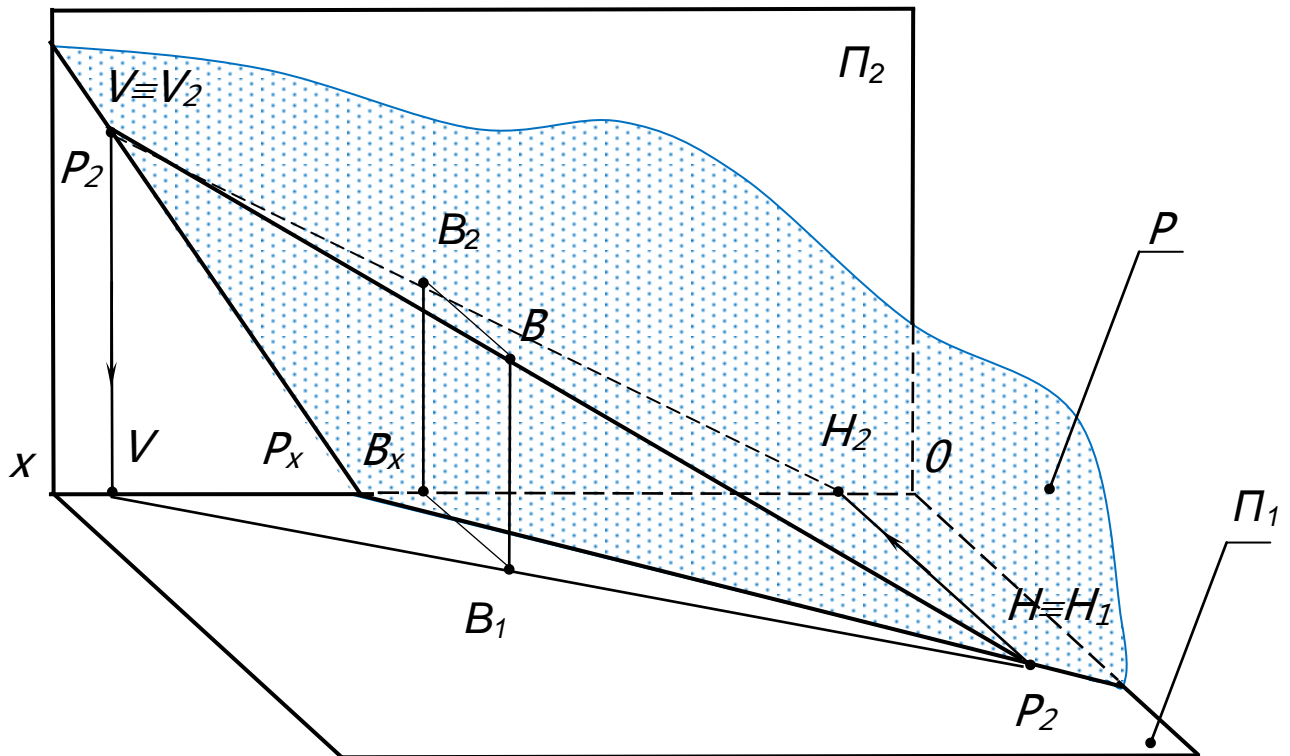
а) пользуясь фронтальною плоскостью P :



б) пользуясь горизонталью плоскости P :



в) пользуясь прямой общего положения:

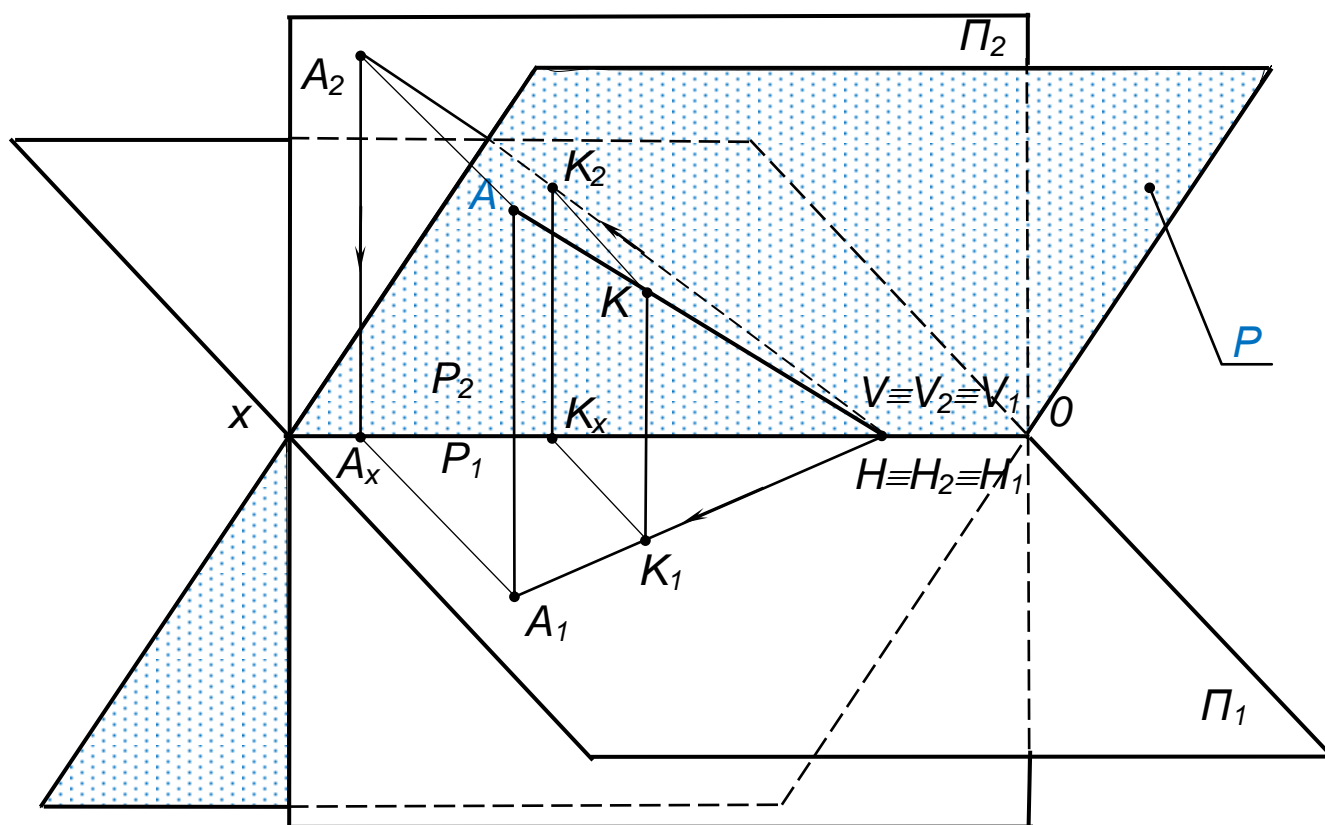


К задаче 10.2 (1, 2). Горизонтальные проекции вершин треугольника найдите как недостающие проекции точек, лежащих в плоскости.

К задаче 10.3 (1). Профильная проекция искомого треугольника должна лежать на профильном следе плоскости P . Горизонтальная проекция треугольника ABC определяется, как недостающая, по двум заданным.

К задаче 10.3 (2). 1) Горизонтальные проекции точек A , B , C найдите с помощью произвольных прямых, лежащих в плоскости P и проходящих через точку K и каждую из вершин треугольника.

2) Графический ключ решения задачи (показано нахождение горизонтальной проекции точки A).



ЗАНЯТИЕ 11

Тема. Позиционные задачи. Метрические задачи

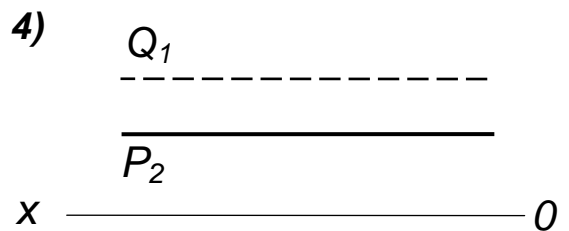
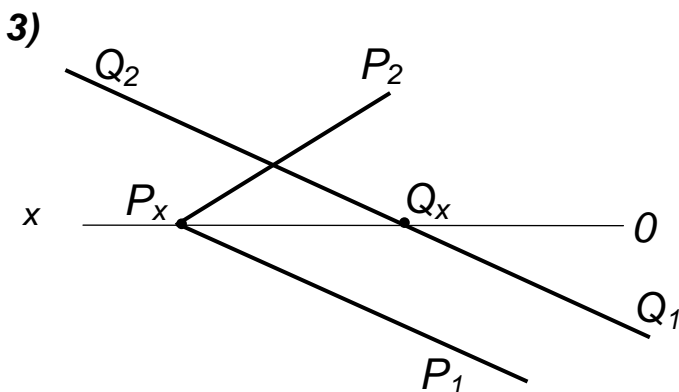
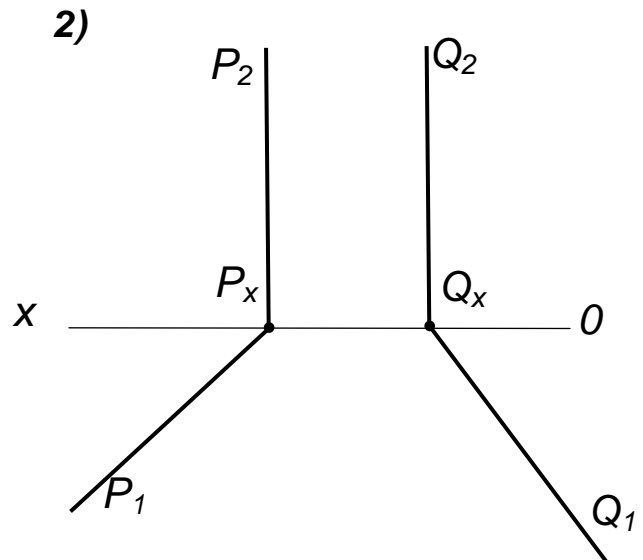
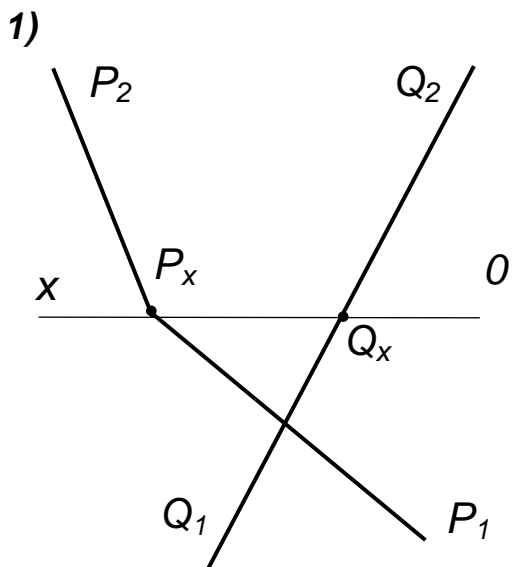
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

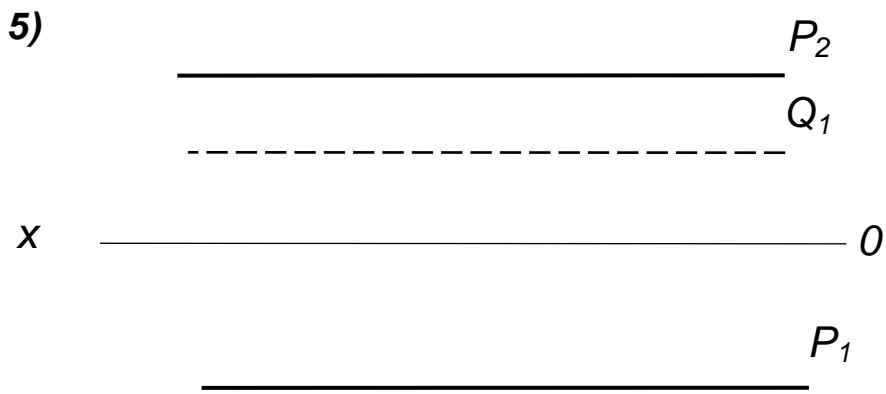
1. Что нужно найти для построения линии пересечения двух плоскостей в общем случае?
2. В чем состоит упрощение в нахождении линии пересечения двух плоскостей, заданных следами?
3. Как найти следы линии пересечения двух плоскостей, заданных следами?

ЗАДАЧИ

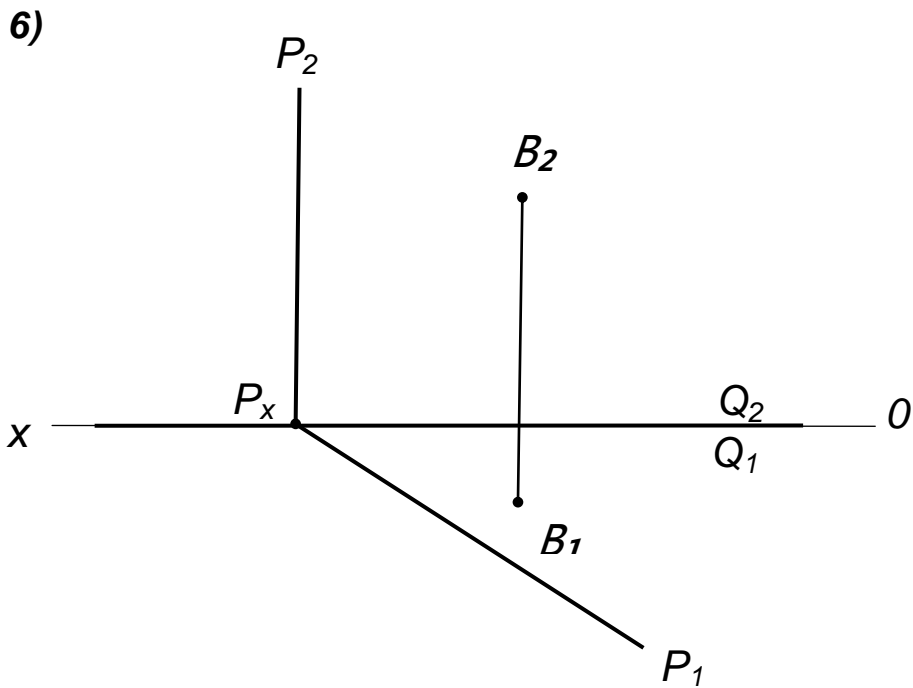
Задача 11.1 Найдите линию пересечения плоскостей P и Q :

а) не вводя вспомогательной плоскости

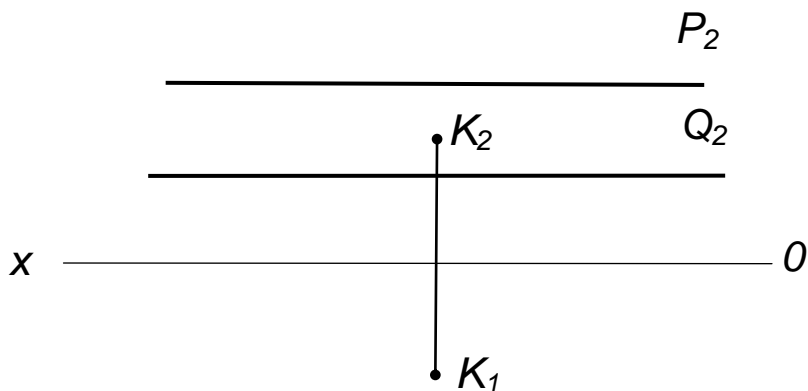




б) вводя вспомогательную плоскость



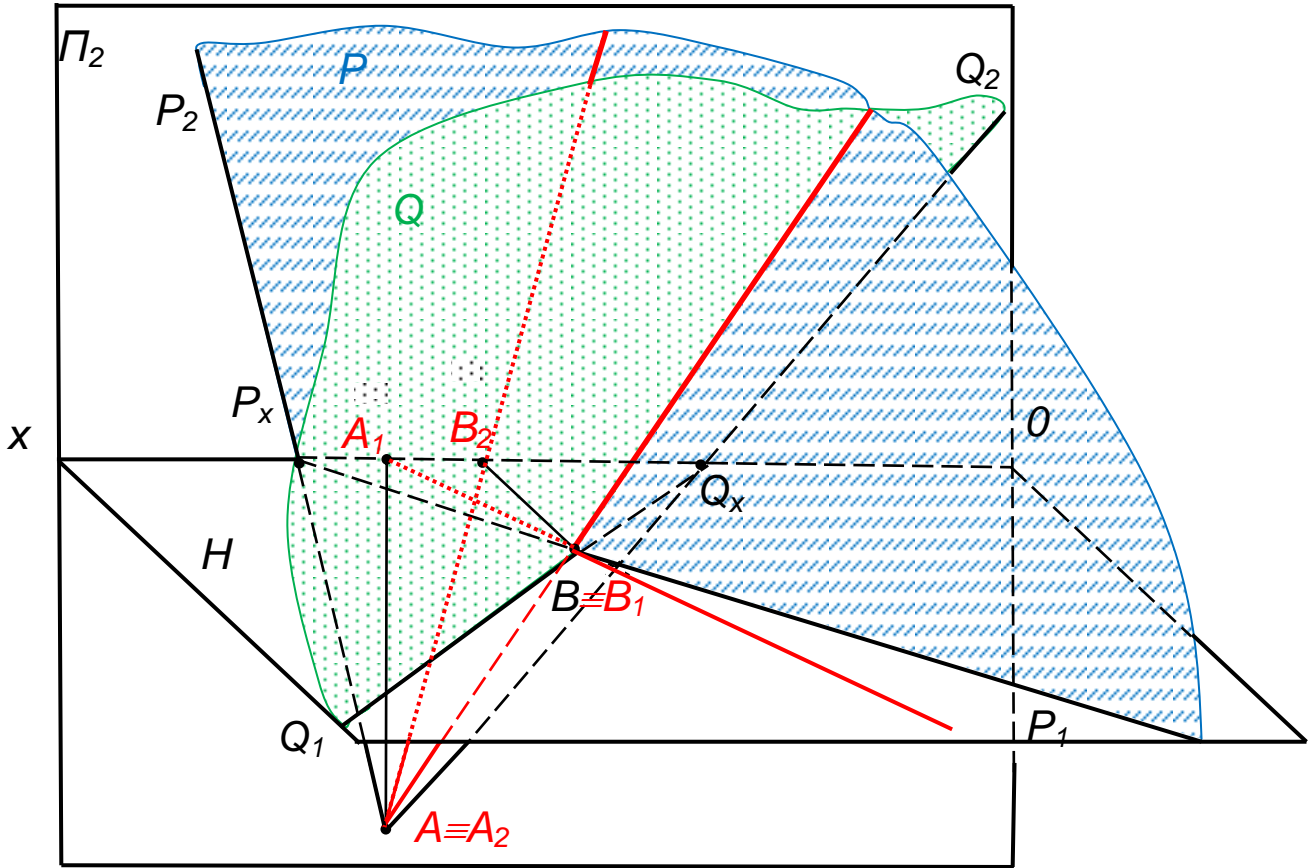
Задача 11.2. Найдите горизонтальные следы двух плоскостей P и Q , если известны их фронтальные следы и точка K , принадлежащая линии их пересечения.



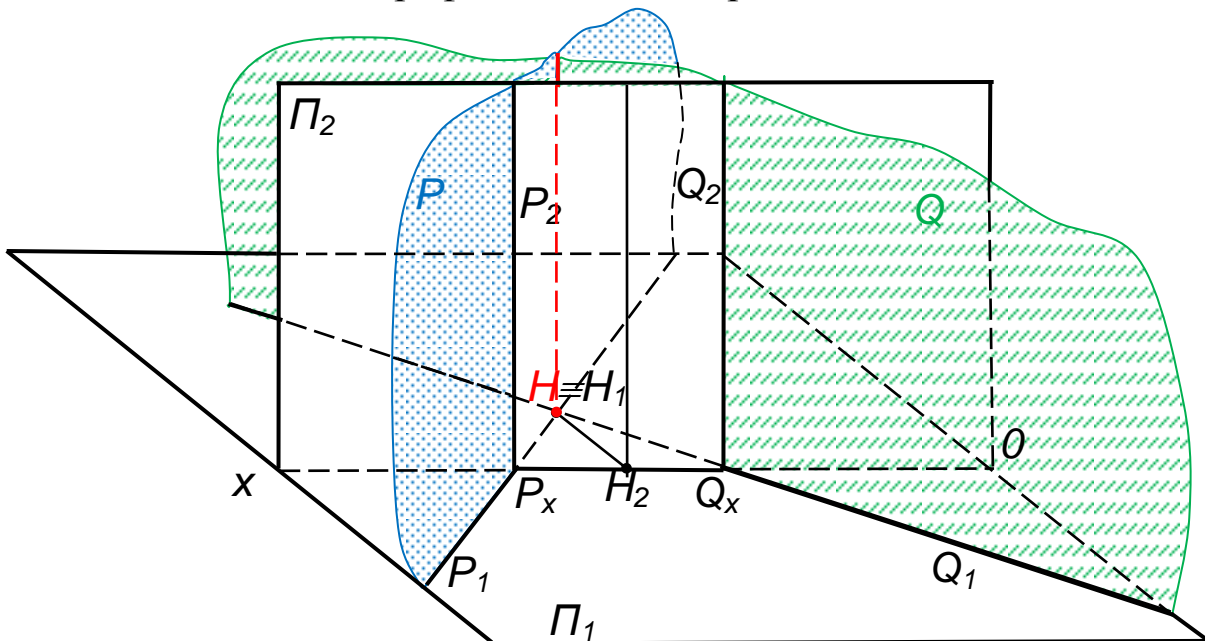
КОНСУЛЬТАЦИИ

К задаче 11.1 (1). 1) Найдите проекции следов линии пересечения двух плоскостей.

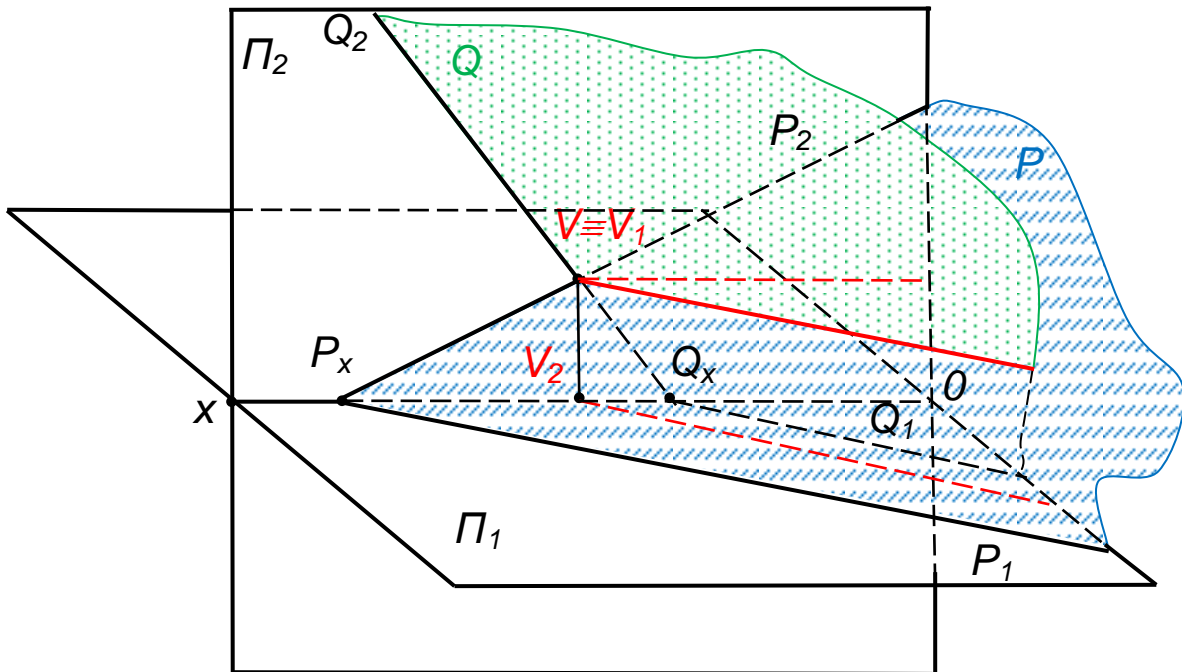
2) Графический ключ решения



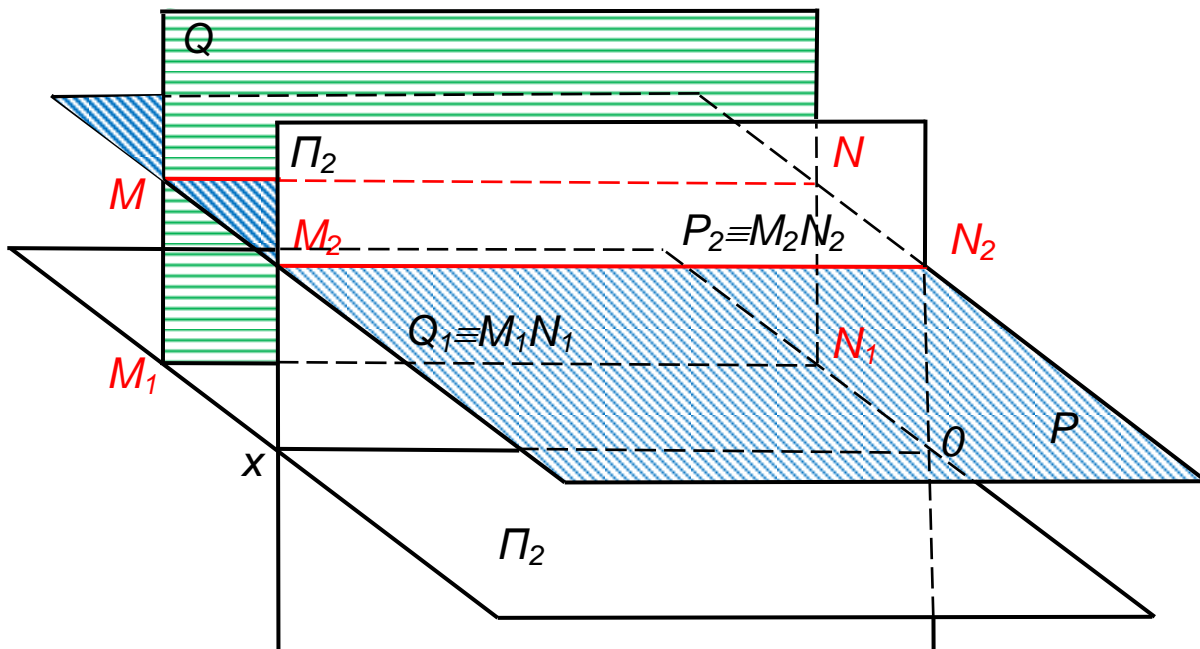
К задаче 11.1 (2). Графический ключ решения



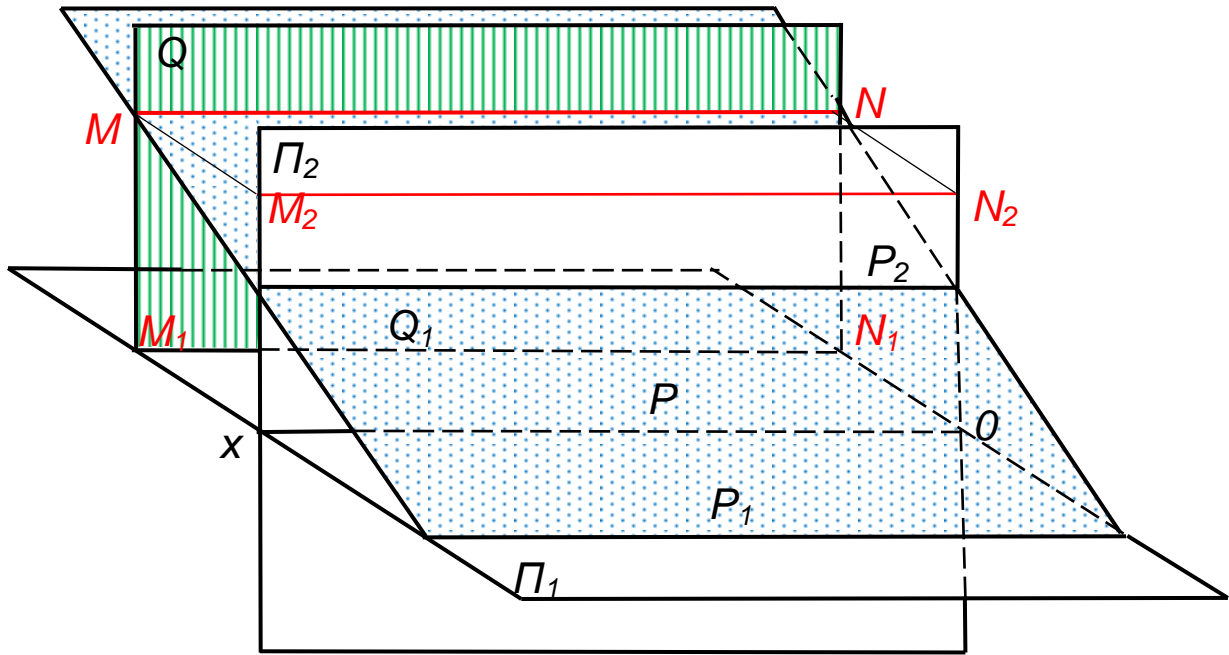
К задаче 11.1 (3). Графический ключ решения



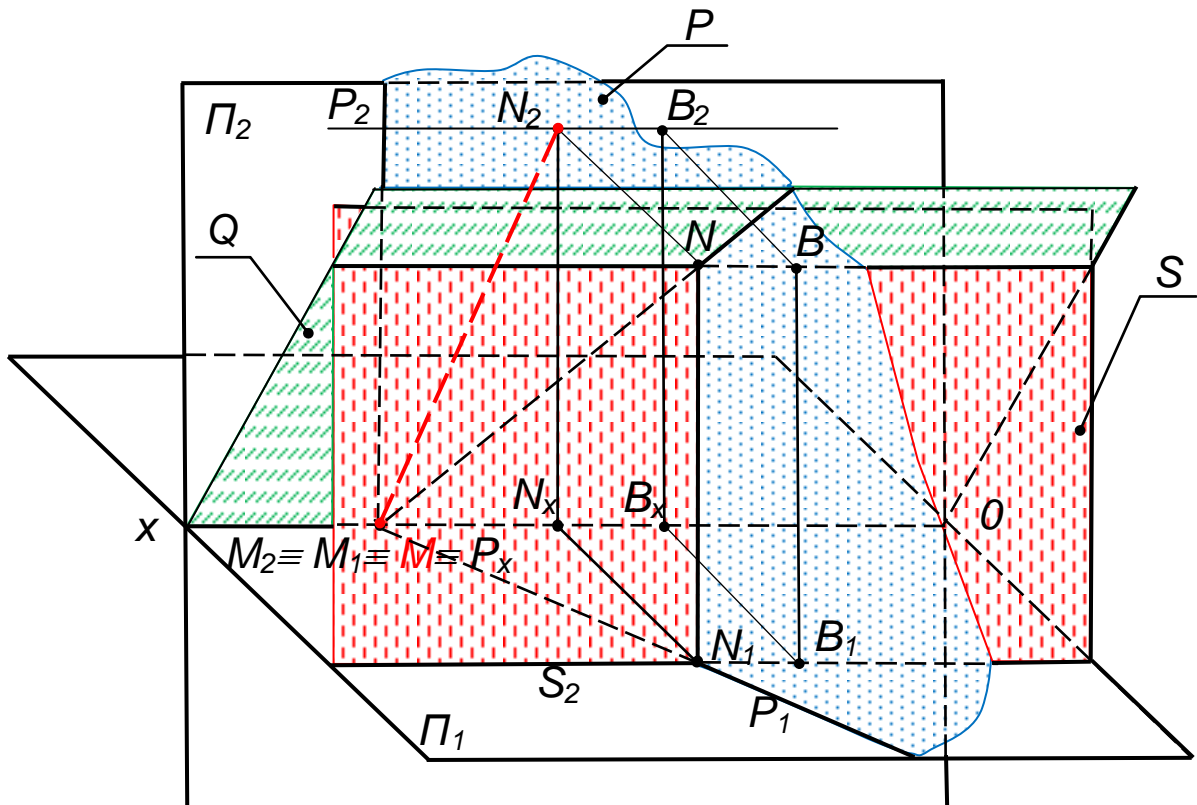
К задаче 11.1 (4). 1) Используйте свойство проецирующих плоскостей;
2) графический ключ решения



К задаче 11.1 (5). Графический ключ решения



- К задаче 11.1 (6). 1) Введите плоскость-посредник через точку K и решите задачу по общей схеме;
 2) графический ключ решения

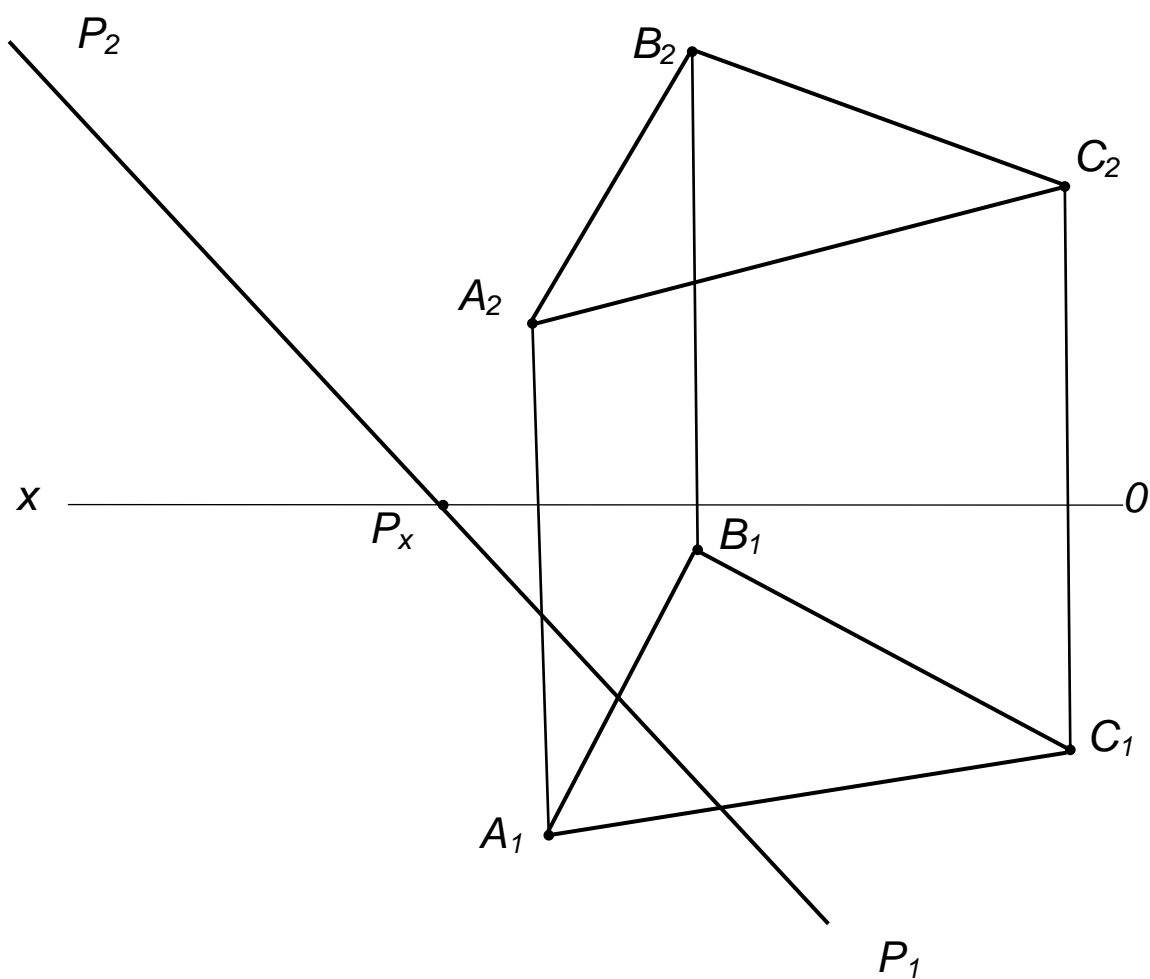


К задаче 11.2. 1) Проведите через точку K прямую, вначале в плоскости P , потом в плоскости Q .

2) Найдите следы заданных прямых.

3) Через горизонтальные следы этих прямых проведите искомые следы плоскостей P и Q .

Задача 11.3. Найдите линию пересечения плоскости треугольника ABC с плоскостью P .



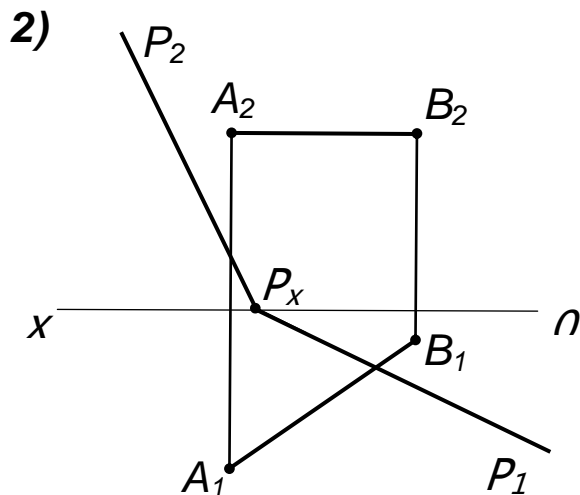
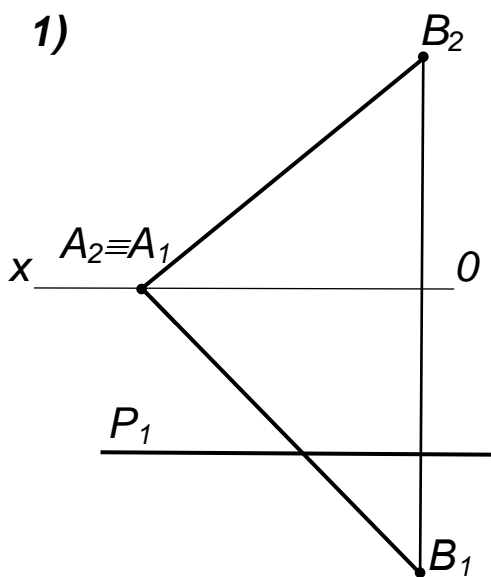
**Тема. Позиционные и метрические задачи.
Взаимное положение прямой и плоскости**

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

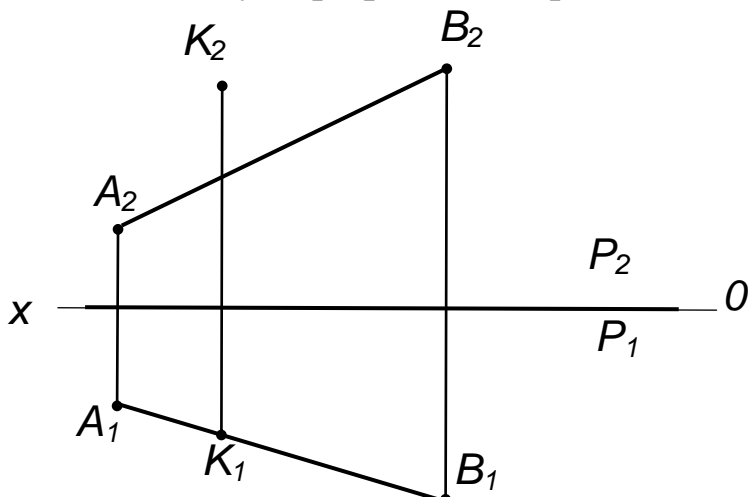
1. Какова последовательность построения точки встречи прямой с плоскостью в общем случае?
2. Как находится точка встречи прямой с плоскостью, если один из заданных элементов задачи проецирующий?
3. Сформулируйте условие параллельности прямой и плоскости.

ЗАДАЧИ

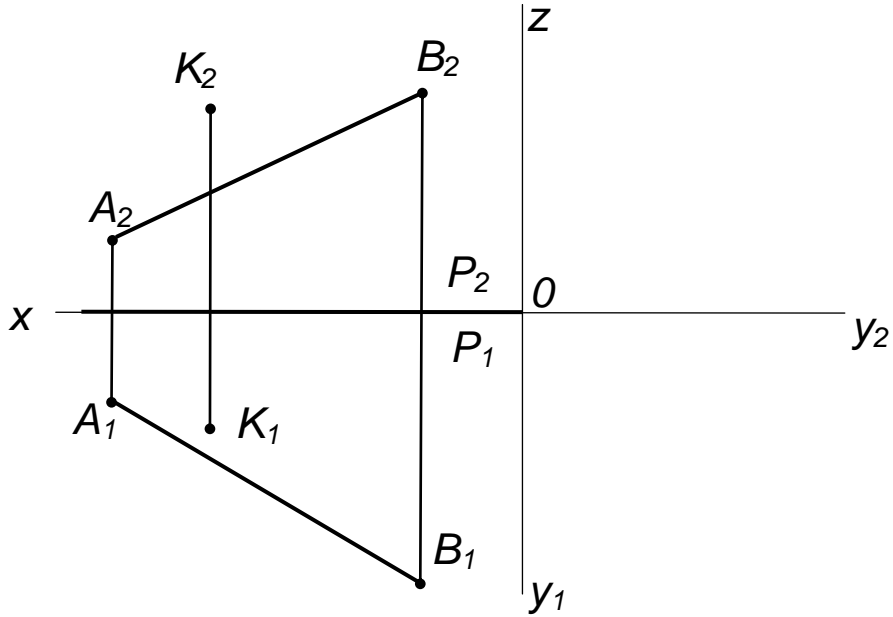
Задача 12.1. Найдите точку пересечения прямой **AB** с плоскостью **P**.



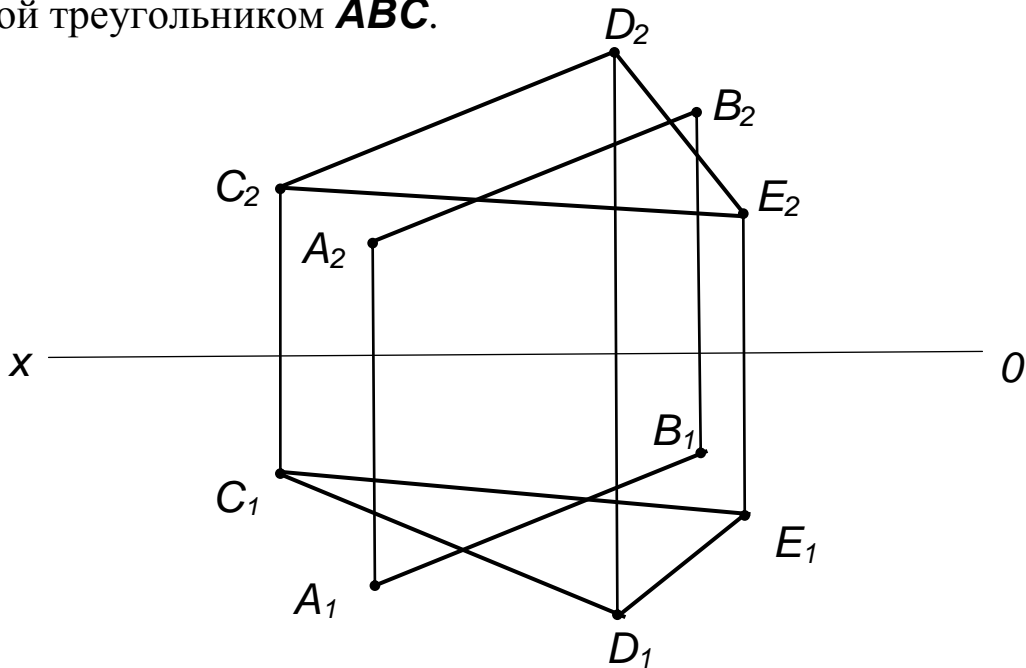
3) - не используя профильные проекции



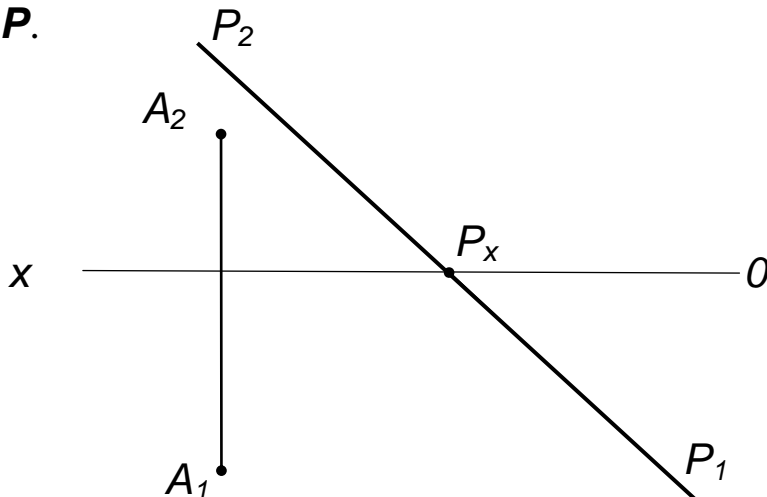
4) - используя профильные проекции



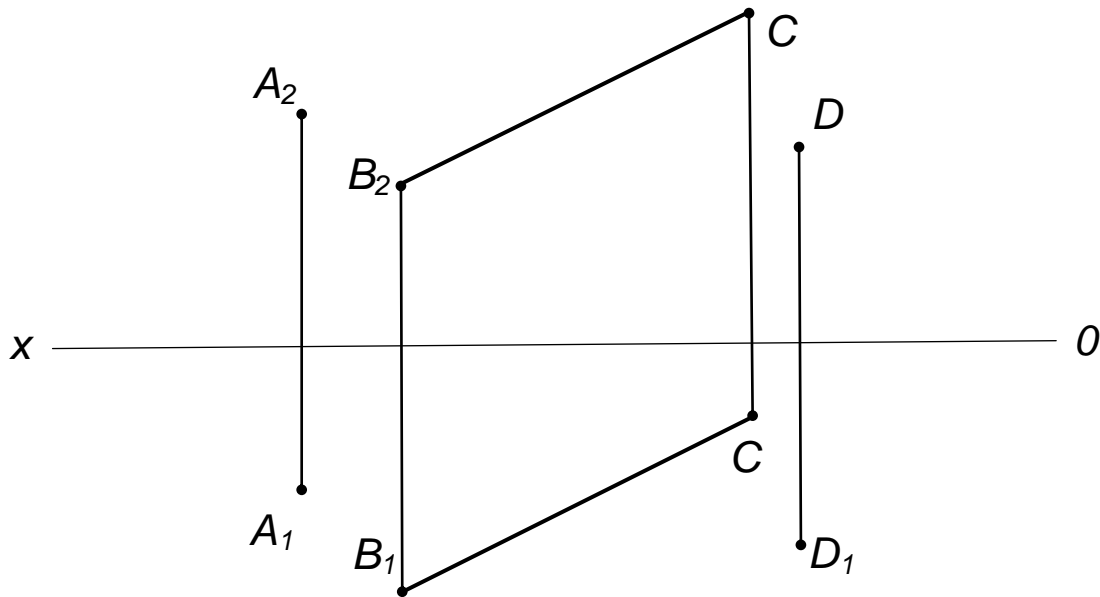
Задача 12.2. Найдите точку пересечения прямой **AB** с плоскостью, заданной треугольником **ABC**.



Задача 12.3. Проведите через точку **A** прямую, параллельную плоскости **P**.



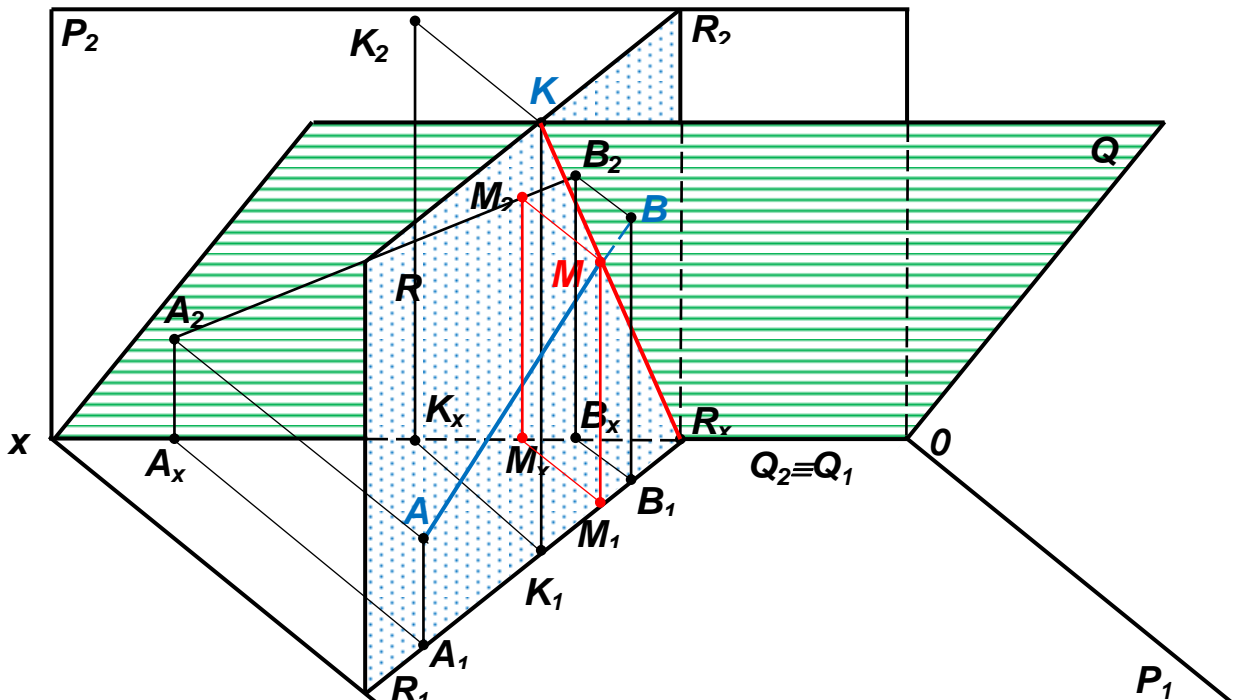
Задача 12.4. Проведите через точку **A** две прямые, параллельные плоскости, заданной прямой **BC** и точкой **D**.



КОНСУЛЬТАЦИИ

К задаче 12.1 (3). 1) Используйте общий прием решения задачи. Заклучите прямую в горизонтально-проецирующую плоскость.

2) Графический ключ решения



M - искомая точка встречи прямой **AB** с плоскостью **Q**.

К задаче 12.1 (4). Используйте свойство проецирующей плоскости.

К задачам 12.3, 12.4. В заданной плоскости проведите любые прямые (общего положения или линии уровня). Решение многозначно.

ЗАНЯТИЕ 13

Тема. Позиционные и метрические задачи. **Взаимное положение двух плоскостей**

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте условие параллельности двух плоскостей общего положения:

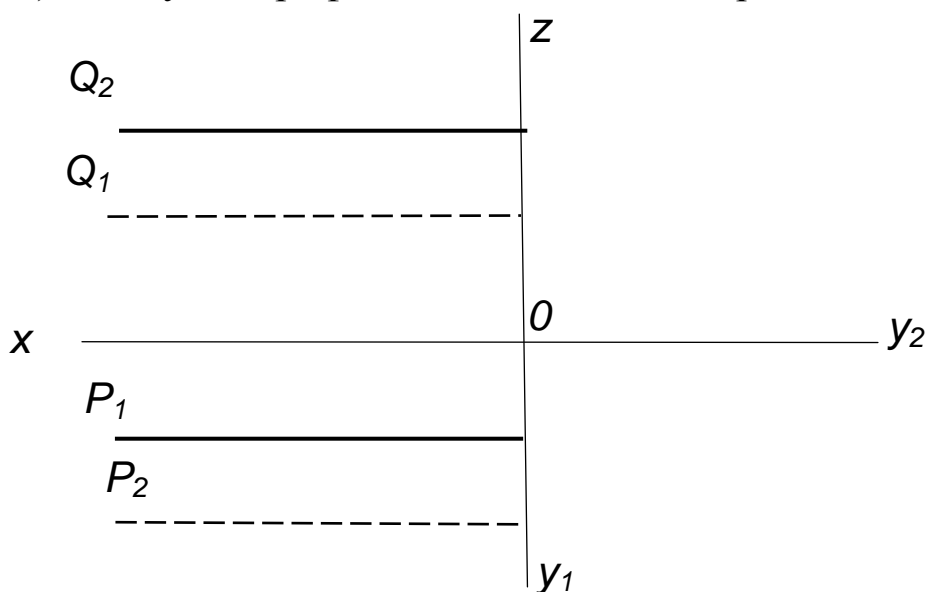
- а) заданных не следами;
- б) заданных следами.

2. Как формулируется условие параллельности двух профильно-проецирующих плоскостей?

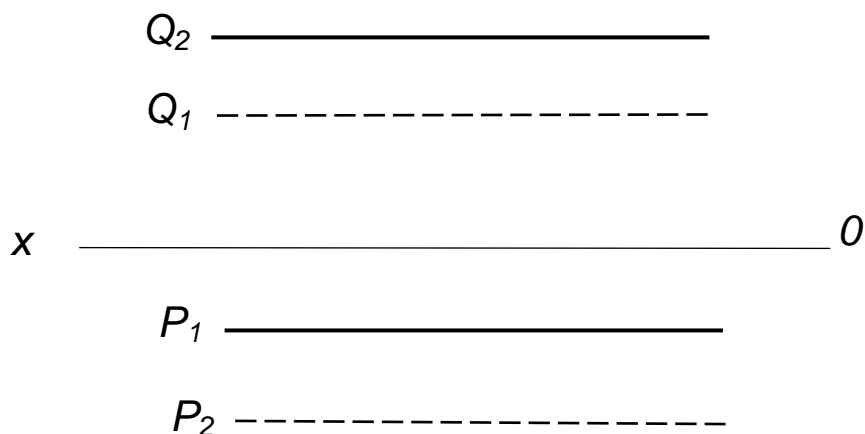
ЗАДАЧИ

Задача 13.1. Выясните, параллельны ли плоскости **P** и **Q**.

1) пользуясь профильной плоскостью проекций

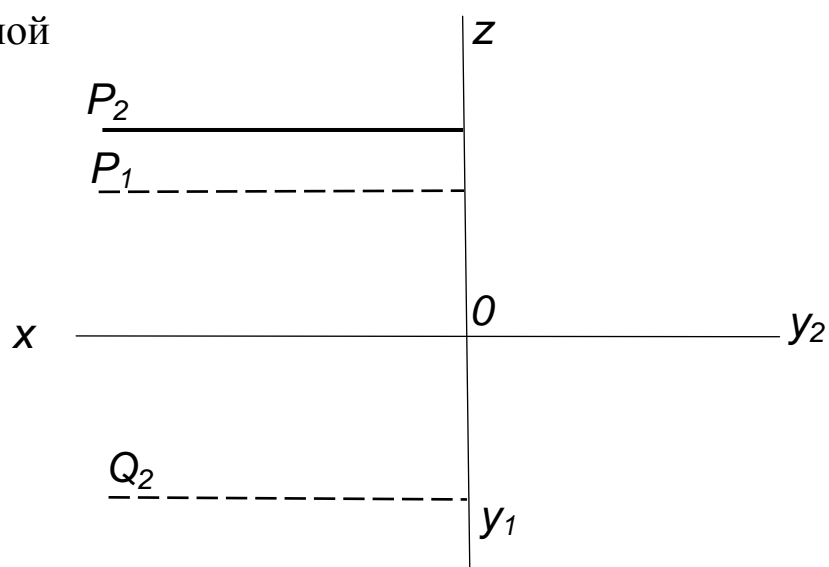


2) не пользуясь профильной плоскостью проекций

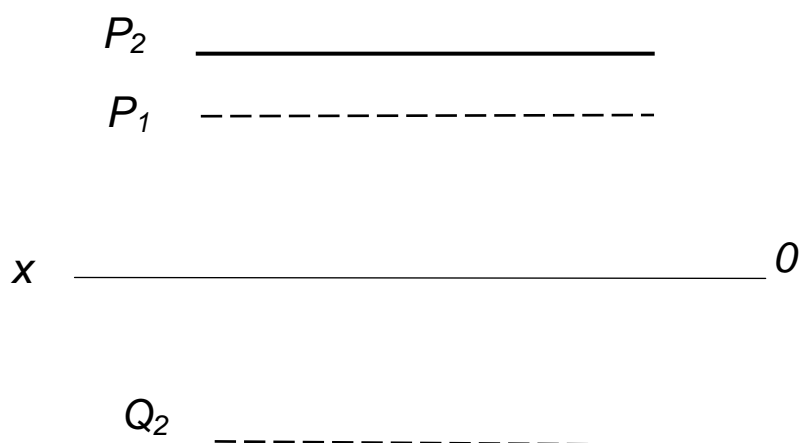


Задача 13.2. Найдите недостающий след плоскости Q , исходя из условия, что $Q \parallel P$:

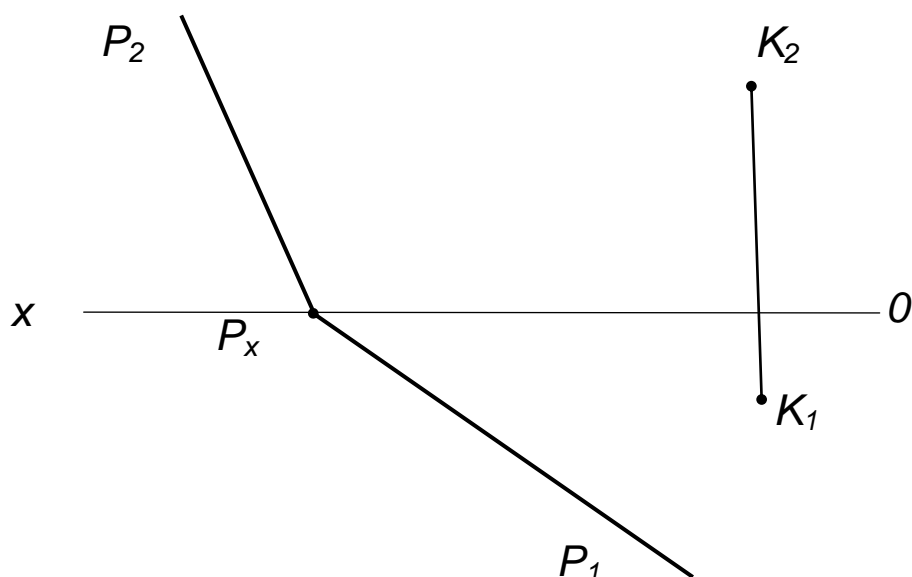
1) - пользуясь профильной плоскостью проекций



2) - не пользуясь профильной плоскостью проекций



Задача 13.3. Постройте следы плоскости, проходящей через точку K и параллельной плоскости P .



КОНСУЛЬТАЦИИ

К задаче 13.1 (2). Чтобы выяснить, параллельны ли плоскости P и Q , следует воспользоваться двумя пересекающимися прямыми, проведенными в каждой плоскости. Для упрощения решения в качестве одной из указанных прямых используйте один из следов каждой заданной плоскости.

К задаче 13.2 (2). Искомый горизонтальный след плоскости Q должен проходить через горизонтальный след прямой, проведенной в этой плоскости и параллельной прямой, лежащей в плоскости P .

К задаче 13.3. Для решения предварительно проведите через точку K прямую, параллельную плоскости P , и заключите ее в искомую плоскость.

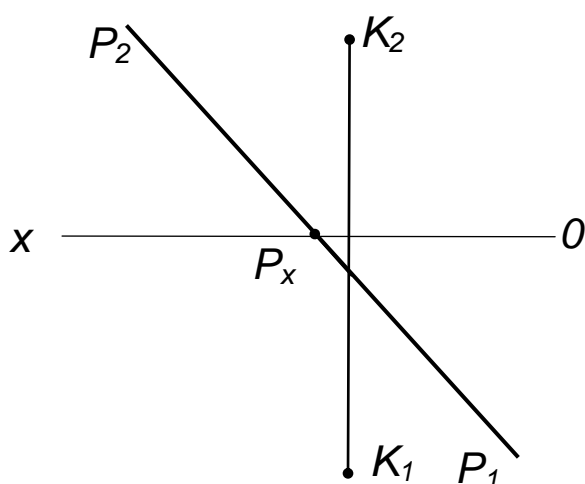
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте условие перпендикулярности прямой и плоскости в пространстве.
2. Как построить на эюре прямую, перпендикулярную плоскости, в случае: а) задания плоскости не следами?
б) задания плоскости следами?
3. Вспомните условие перпендикулярности двух плоскостей.
4. Почему две плоскости общего положения не перпендикулярны, если их одноименные следы взаимно-перпендикулярны?

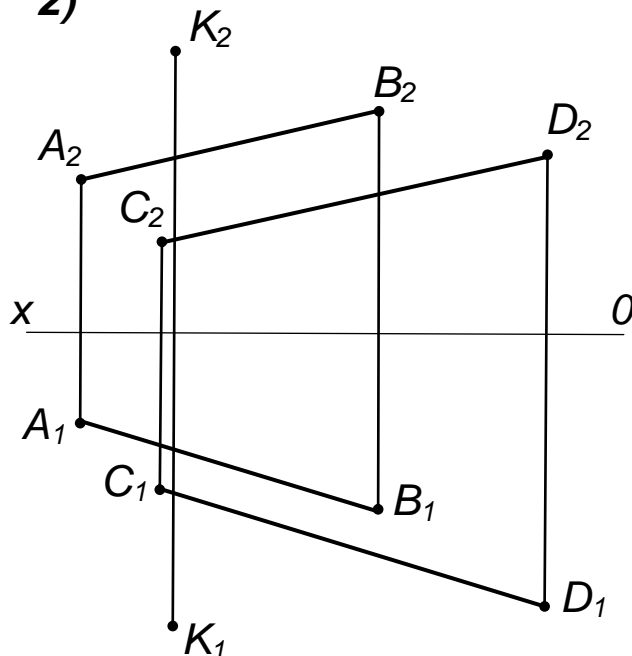
ЗАДАЧИ

Задача 13.4. Определите расстояние от точки K до плоскости.

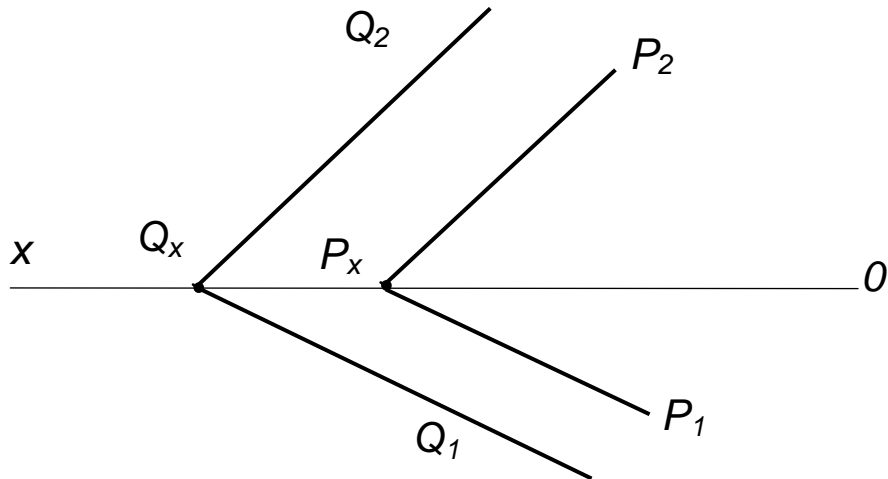
1)



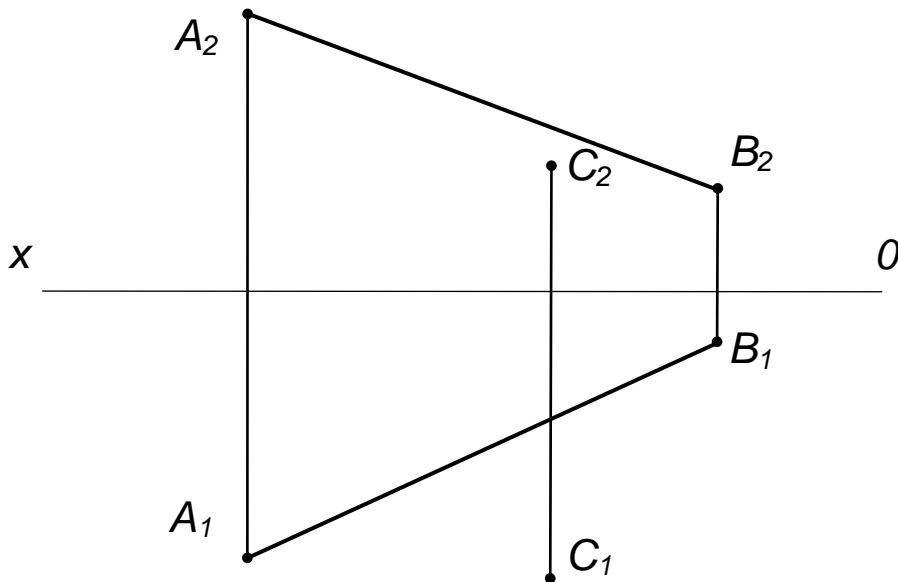
2)



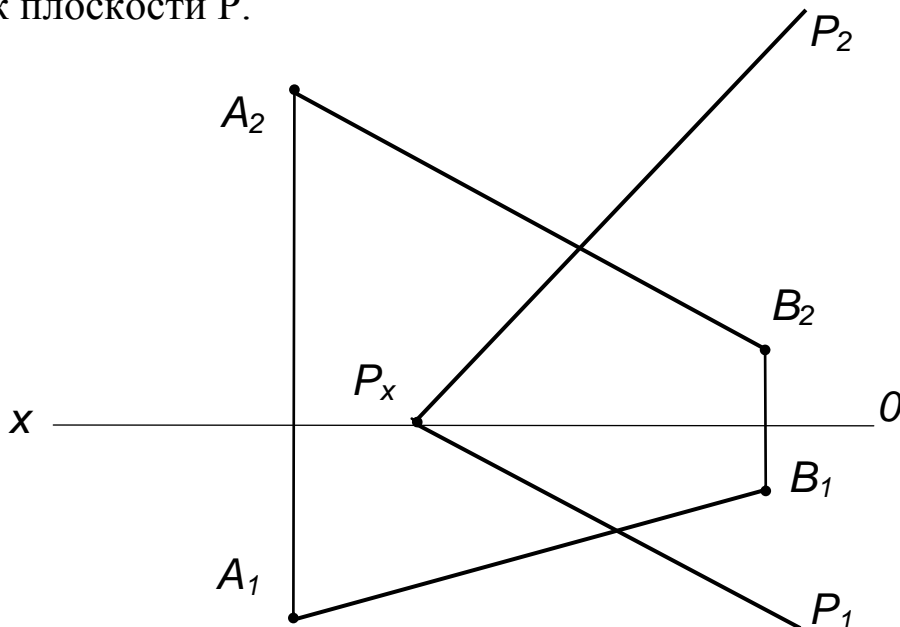
Задача 13.5. Определите расстояние между плоскостями P и Q .



Задача 13.6. Опустите из точки C перпендикуляр на прямую AB .



Задача 13.7. Проведите через прямую AB плоскость, перпендикулярную к плоскости P .



ЗАНЯТИЕ 14

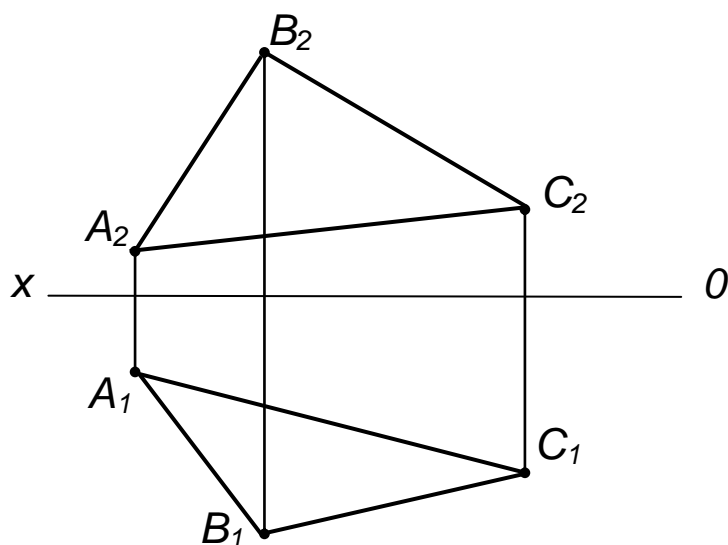
Тема. Способы преобразования эюра

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

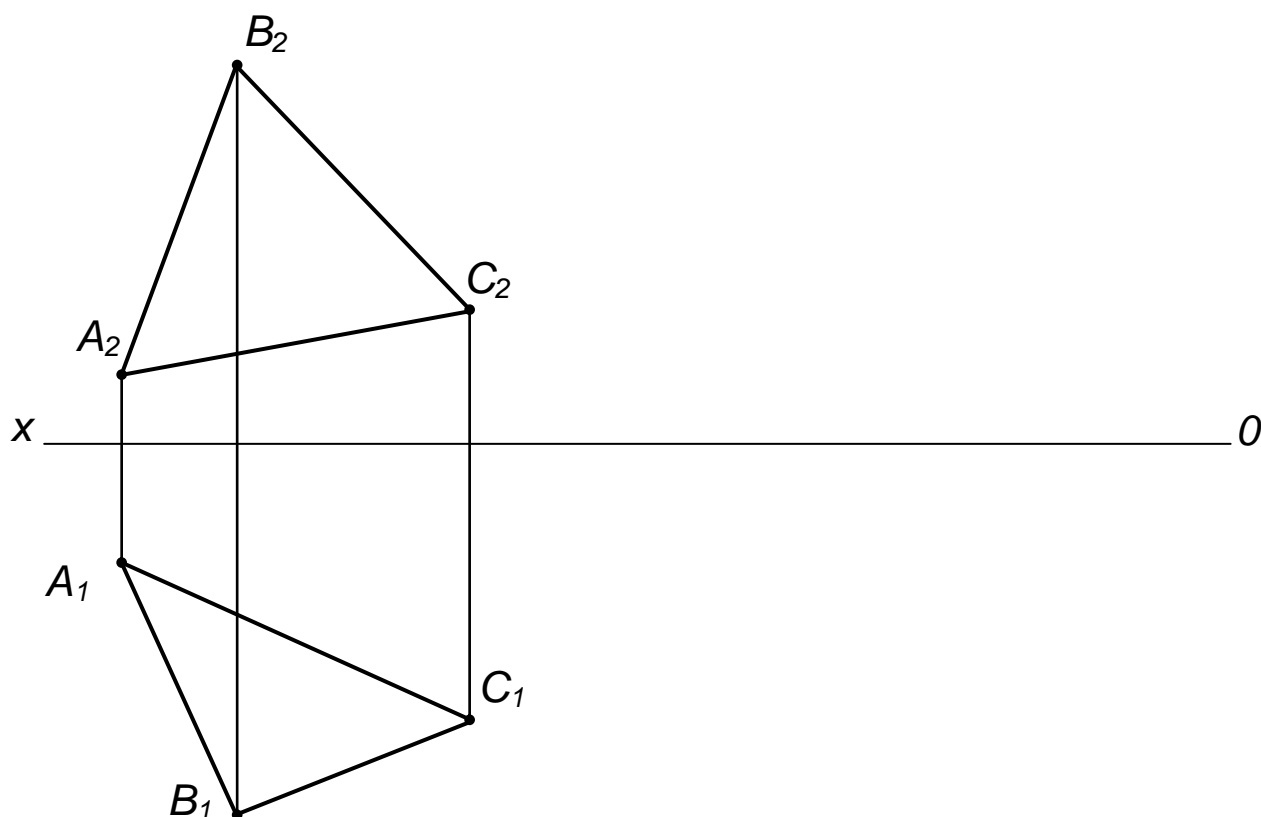
1. Вспомните сущность метода перемены плоскостей проекций.
2. Можно ли одновременно заменить две плоскости проекций?
3. Какие координаты не изменяются при замене:
 - а) фронтальной плоскости Π_2 ?
 - б) горизонтальной плоскости Π_1 ?
4. Как следует произвести замену плоскостей проекций, чтобы плоскость общего положения стала плоскостью уровня?
5. В чем состоит сущность метода плоскопараллельного перемещения?
6. Какие координаты, форма и размеры какой проекции фигуры остаются неизменными при ее перемещении в плоскости:
 - а) параллельной Π_2 ?
 - б) параллельной Π_1 ?

ЗАДАЧИ

Задача 14.1. Используя метод замены плоскостей проекций, постройте проекции треугольника **ABC** в новой системе так, чтобы его горизонтальная проекция представляла натуральную величину треугольника.



Задача 14.2. Переместите треугольник так, чтобы его горизонтальная проекция представляла натуральную величину.



КОНСУЛЬТАЦИИ

К задаче 14.1. Задача решается двумя последовательными заменами плоскостей проекций. Вначале заменяем одну из плоскостей проекций, располагая ее перпендикулярно к треугольнику, после чего ставим другую плоскость проекций параллельно треугольнику.

К задаче 14.2. Вначале, перемещая треугольник параллельно одной из плоскостей проекций, преобразуйте его в плоскость проецирующую, последующим перемещением треугольника параллельно другой плоскости проекций, преобразуйте его в плоскость уровня.

ЗАНЯТИЕ 15

Тема. Многогранники. Кривые линии. Поверхности

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие вы знаете способы построения проекций фигуры сечения многогранника плоскостью общего положения?
2. Какими способами определяют истинную величину фигуры сечения?
3. Какой способ применяется для построения проекций фигуры сечения поверхности вращения плоскостью общего положения?
4. Как построить развертку боковых поверхностей прямых круговых цилиндра и конуса?
5. Какой способ применяется для построения проекций фигуры сечения поверхности вращения плоскостью общего положения?
6. Как построить развертку боковых поверхностей прямых круговых цилиндра и конуса?

ЗАДАЧИ

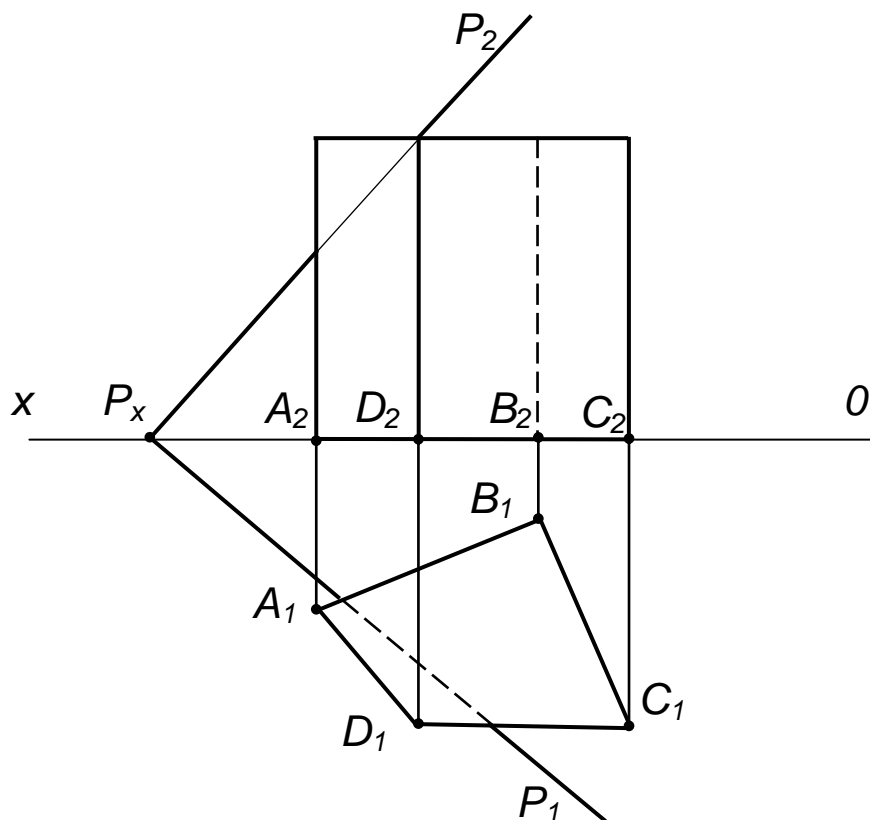
Задача 15.1. Постройте полную развертку одной из частей призмы, пересеченной плоскостью ***P***.

КОНСУЛЬТАЦИЯ

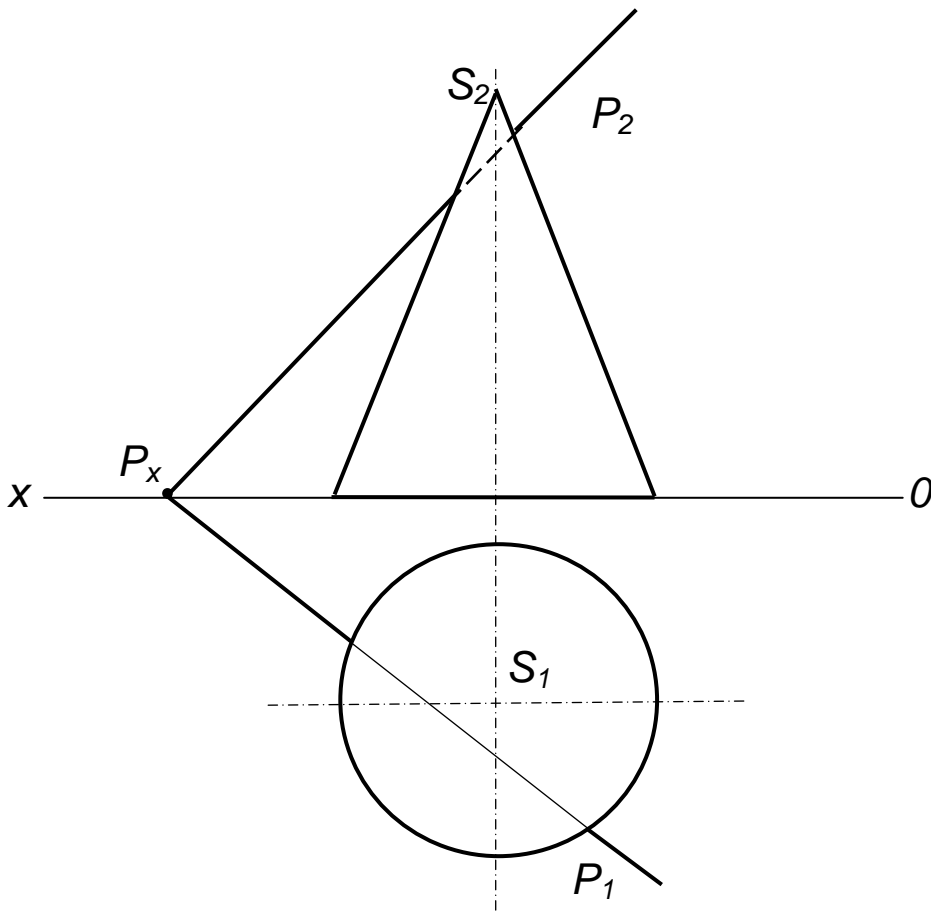
К задаче 15.1. Задача может быть решена одним из способов:

- 1-й способ. Воспользуйтесь плоскостями-посредниками, проведя их через ребра призмы (или через грани призмы). Истинный вид сечения определите с помощью одного из методов преобразования эпюра.
- 2-й способ. Для построения проекций фигуры сечения используйте то обстоятельство, что боковые грани призмы является проецирующей по отношению к плоскости ***П₁***.

3-й способ. Преобразуйте секущую плоскость в проецирующую одним из способов преобразования эпюра, тогда одна из проекций фигуры сечения превратится в прямую.



Задача 15.2. Постройте полную развертку одной из частей кругового конуса, пересеченного плоскостью P .



КОНСУЛЬТАЦИЯ

К задаче 15.2. Искомая фигура сечения представляет часть эллипса, для построения которого определите вначале характерные (опорные) точки, используя метод плоскостей-посредников или применив один из методов преобразования эпюра. Для получения развертки усеченной части конуса постройте развертку полного конуса, вписав в него предварительно двенадцатигранную пирамиду. Затем на развертке на каждой образующей (ребре пирамиды) отложите истинную величину отрезков, образующих отсеченной части конуса.

ЗАНЯТИЕ 16

Тема. Обобщённые позиционные задачи. Пересечение прямой с поверхностью

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем заключается общий прием решения задач на пересечение прямой с поверхностью?

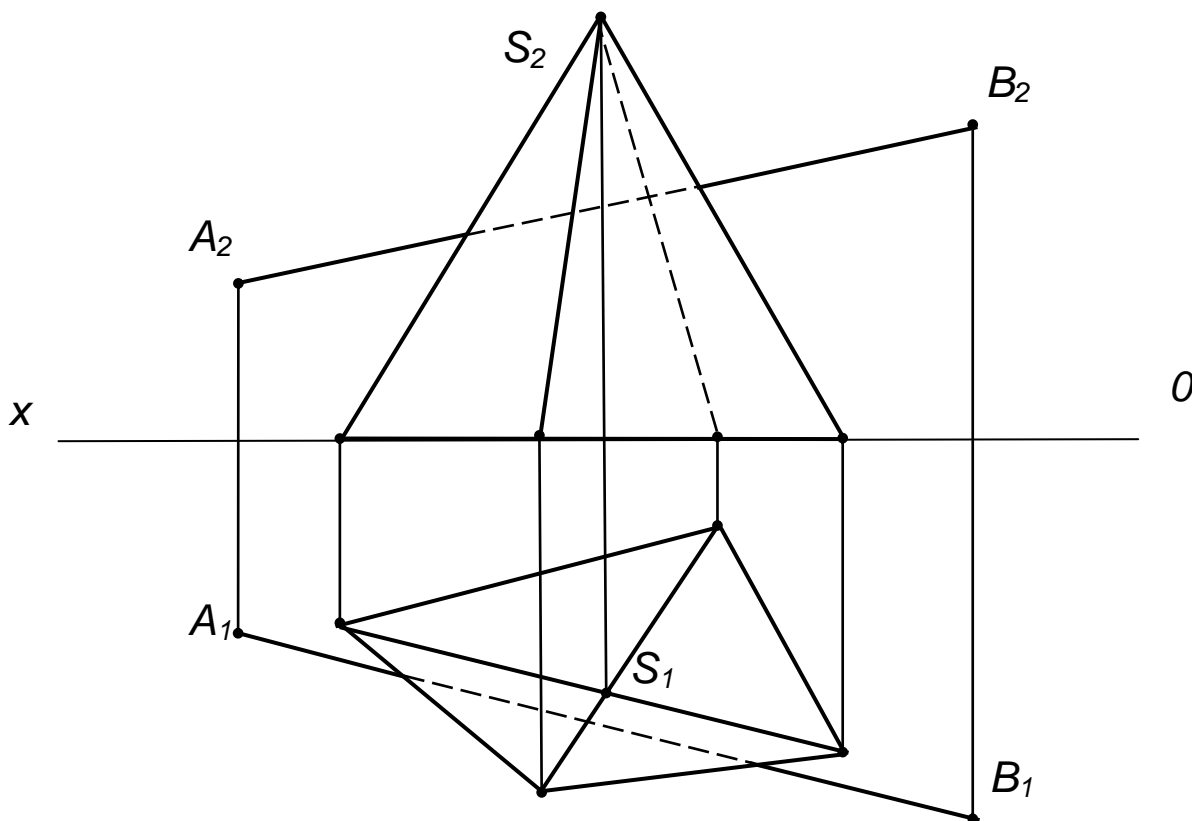
2. Какими плоскостями-посредниками удобнее пользоваться для нахождения точек встречи прямой с поверхностью многогранника?

3. Какие плоскости-посредники применяют для нахождения точек встречи прямой общего положения с поверхностями вращения?

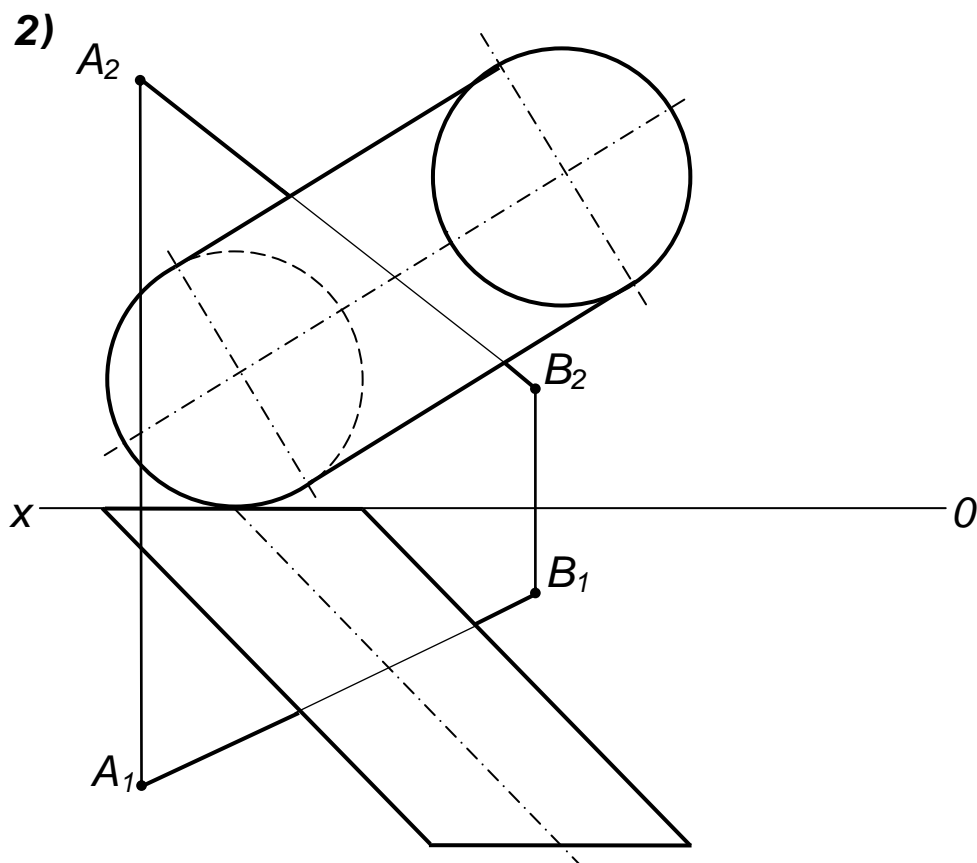
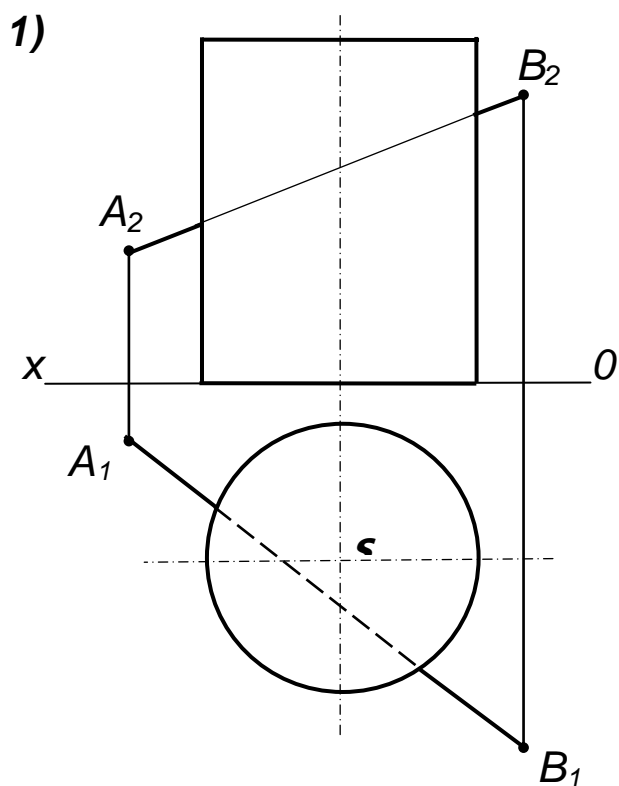
4. Какой способ целесообразно применять для определения точек пересечения прямой с поверхностью шара?

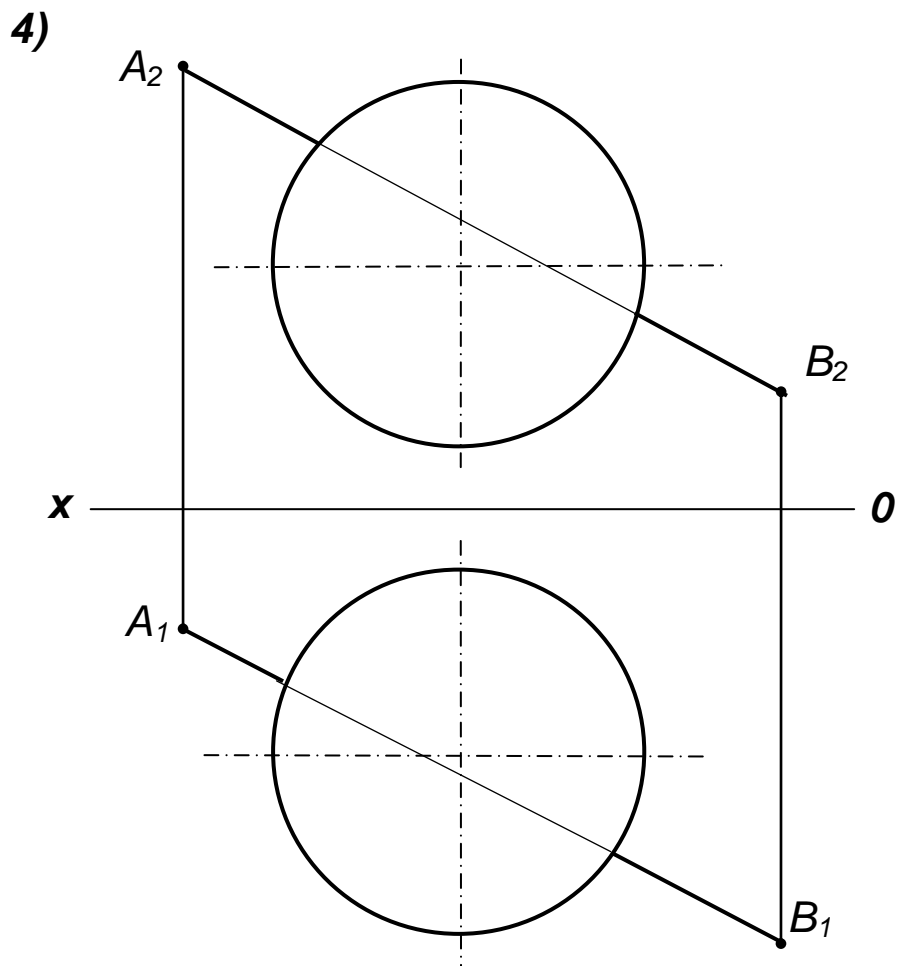
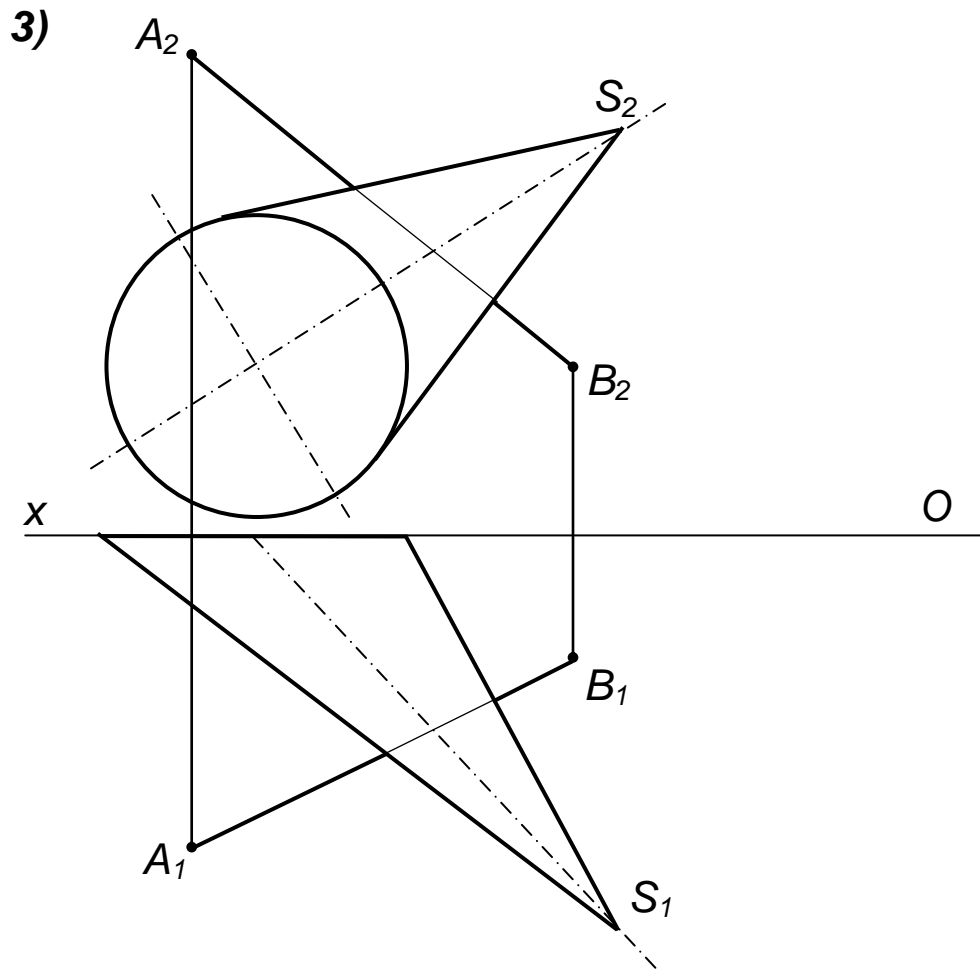
ЗАДАЧИ

Задача 16.1. Найдите точки пересечения прямой с поверхностью пирамиды.

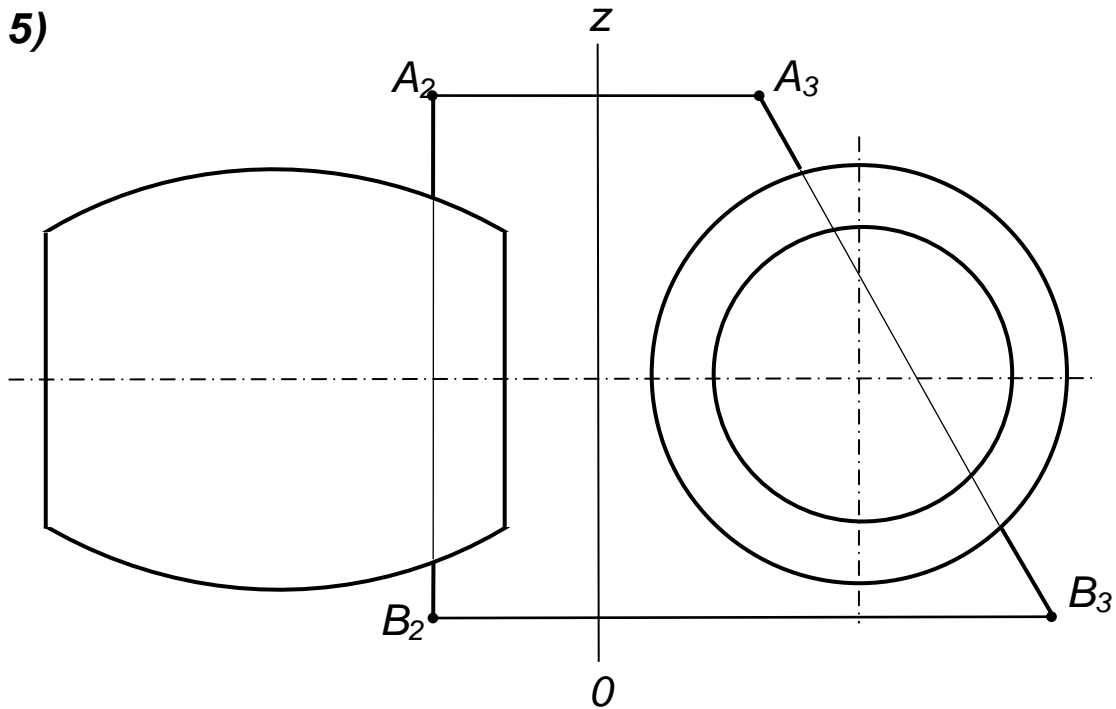


Задача 16.2. Найдите точки пересечения прямой с поверхностью тела вращения.





5)

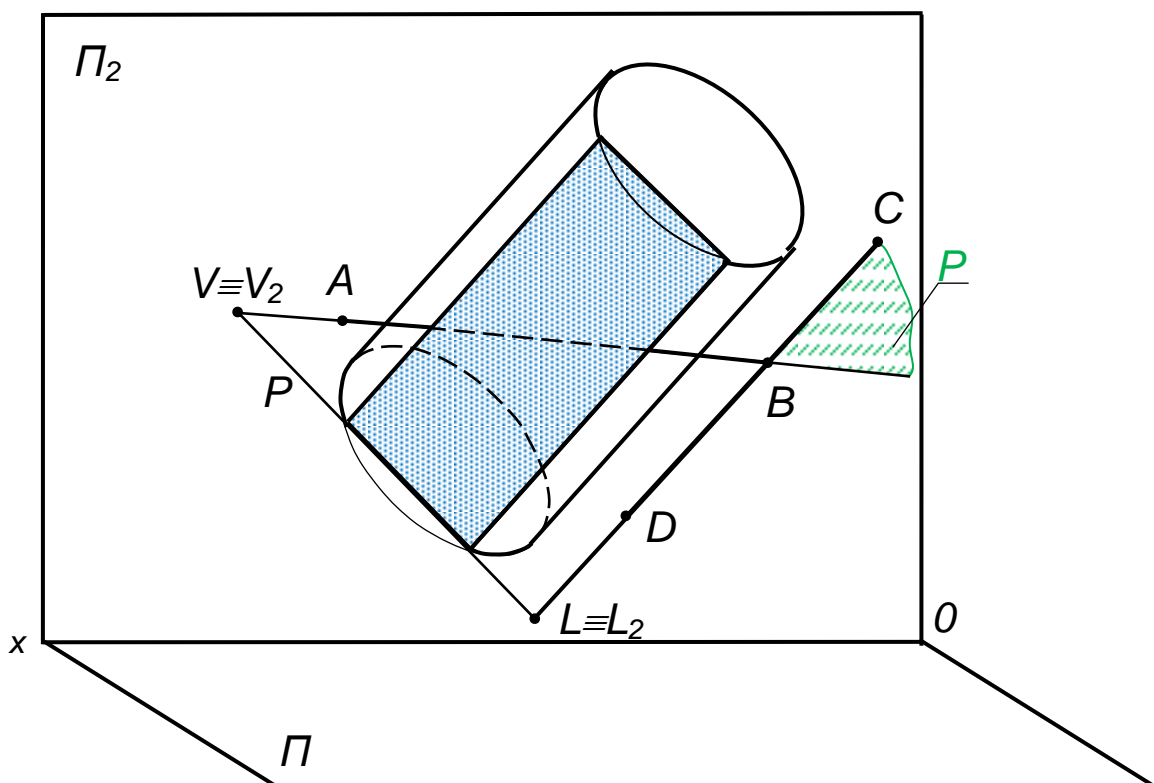


КОНСУЛЬТАЦИИ

К задаче 16.1. Для определения точек пересечения прямой **AB** с пирамидой удобно воспользоваться проецирующей плоскостью, заключая в нее прямую.

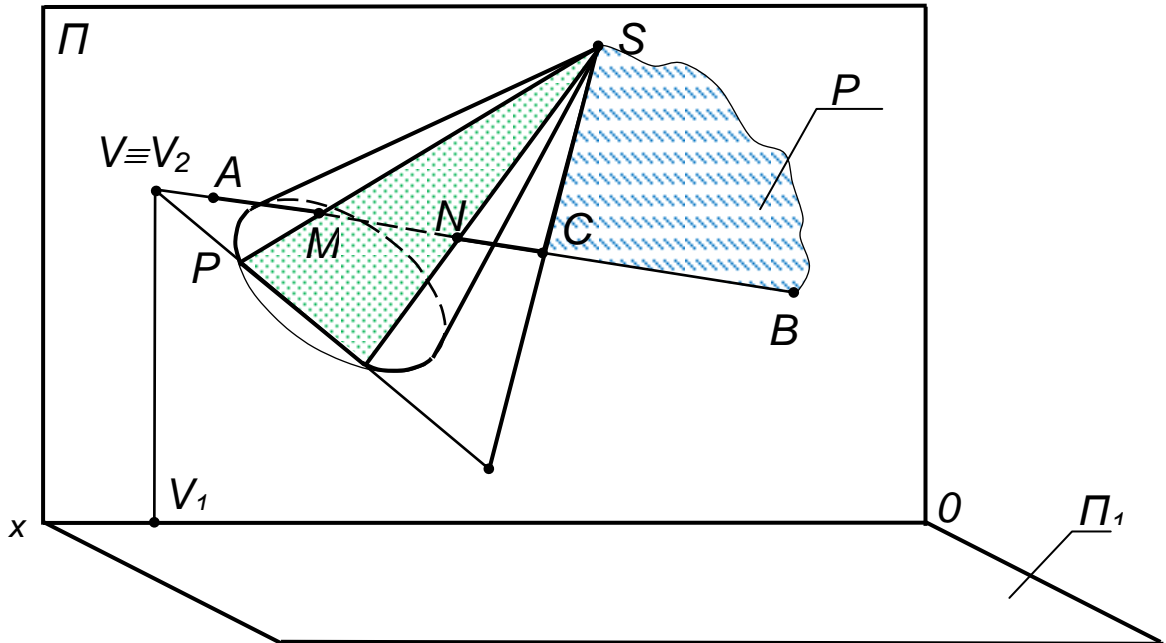
К задаче 16.2 (1). 1) Заключите прямую в плоскость общего положения, параллельную оси цилиндра.

2) Графический ключ решения



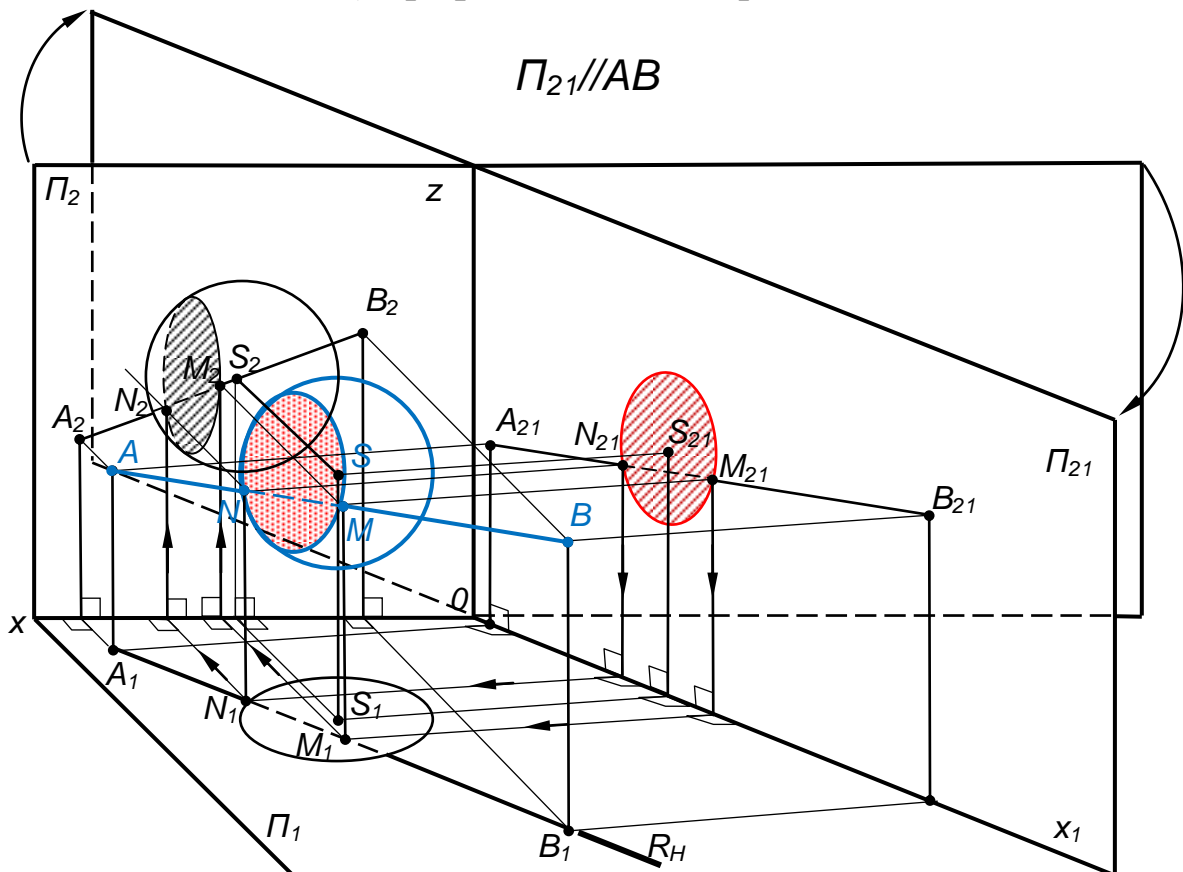
К задаче 16.2 (2). 1) Заключите прямую в плоскость общего положения, которая пересекла бы поверхность конуса по образующим.

2) Графический ключ решения



К задаче 16.2 (3). 1) Примените один из известных Вам способов преобразования эшюра для того, чтобы прямую преобразовать в линию уровня. После этого используйте общий прием решения.

2) Графический ключ решения



ЗАНЯТИЕ 17

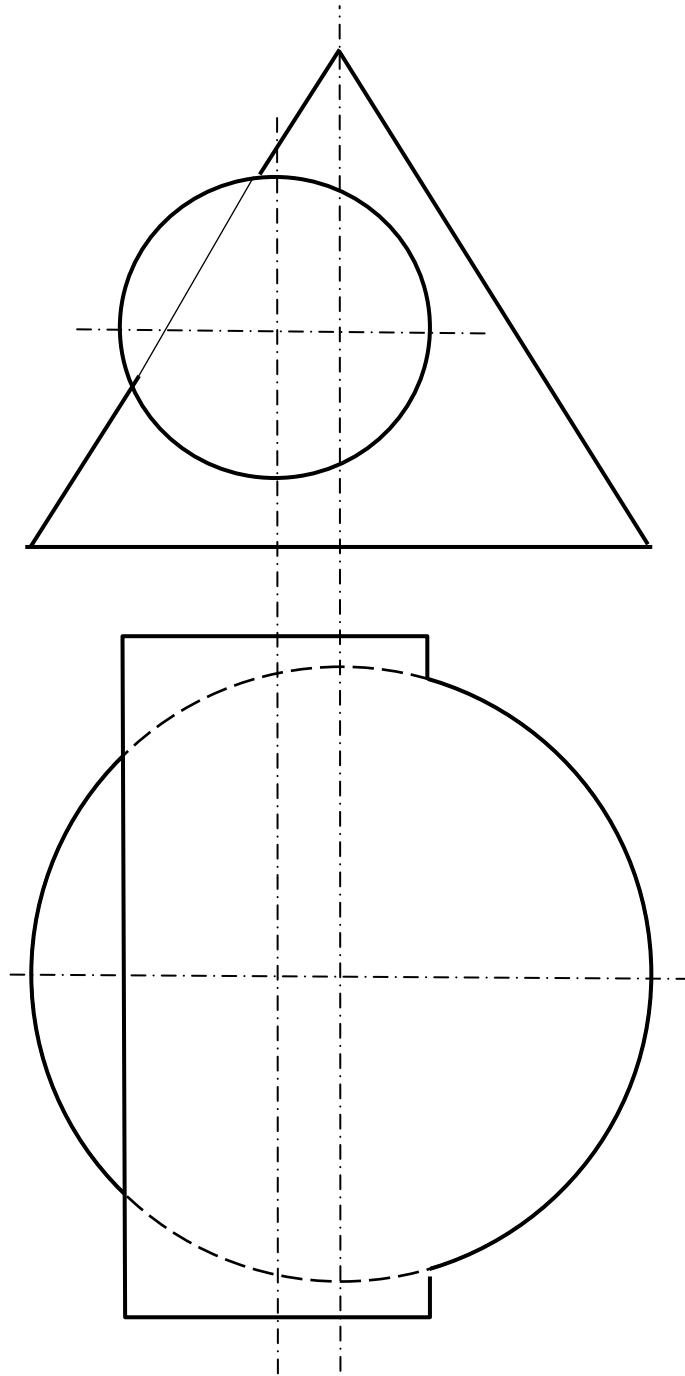
Тема. Обобщенные позиционные задачи. Метрические задачи. Построение линии пересечения поверхностей методом вспомогательных секущих плоскостей и методом концентрических сфер

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что нужно найти, чтобы построить проекцию линии пересечения двух поверхностей вращения?
2. Какова последовательность построения проекций точек искомой линии пересечения двух поверхностей?
3. Что нужно учитывать при выборе плоскостей-посредников?
4. В чем сущность метода вспомогательных секущих плоскостей?
5. В чем сущность метода концентрических сфер?
6. Какая теорема положена в основу метода сфер?
7. Вспомните условие применения метода концентрических сфер для построения проекций линии взаимного пересечения двух поверхностей?

ЗАДАЧИ

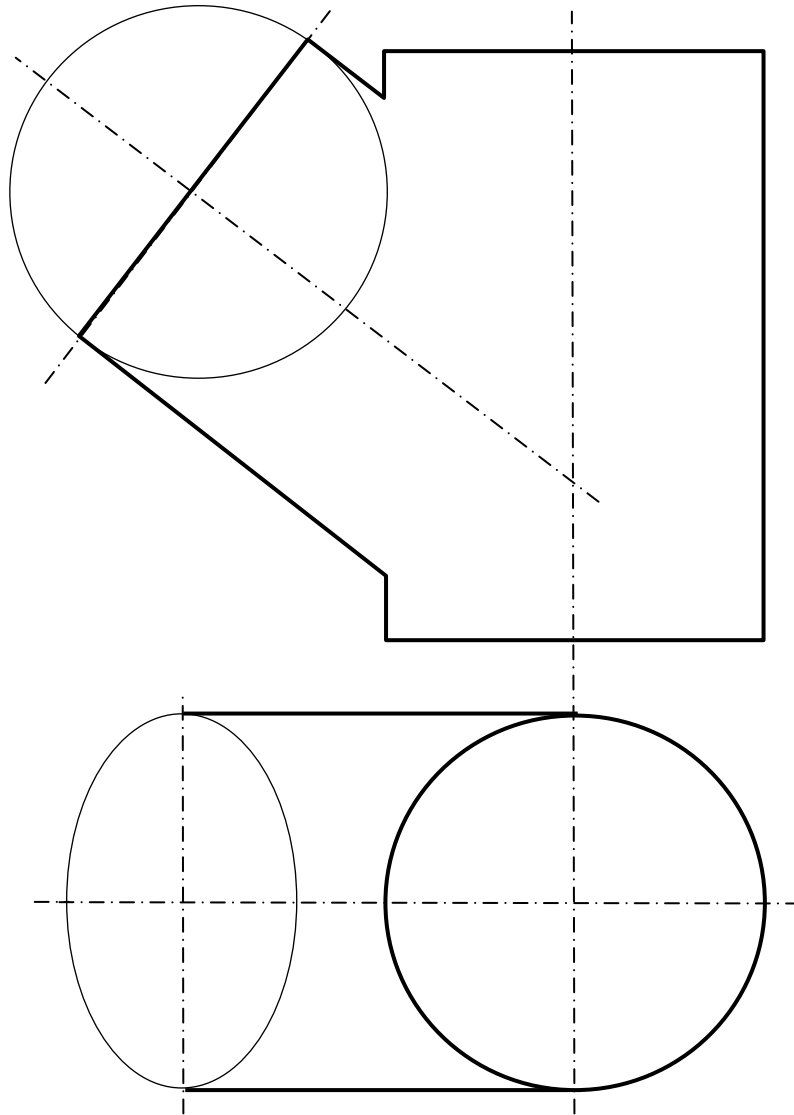
Задача 17.1 (1). Используя плоскости-посредники, постройте линию пересечения двух поверхностей.



КОНСУЛЬТАЦИЯ

К задаче 17.1. Для построения горизонтальной проекции линии пересечения поверхностей воспользуйтесь плоскостями уровня или используя параллели конуса. Предварительно найдите опорные точки искомой линии.

Задача 17.2. Постройте линию пересечения двух поверхностей способом концентрических сфер.



КОНСУЛЬТАЦИЯ

К задаче 17.2. Найдите характерные (опорные) точки искомой кривой. В качестве центра концентрических сфер примите точку пересечения осей вращения двух поверхностей вращения.

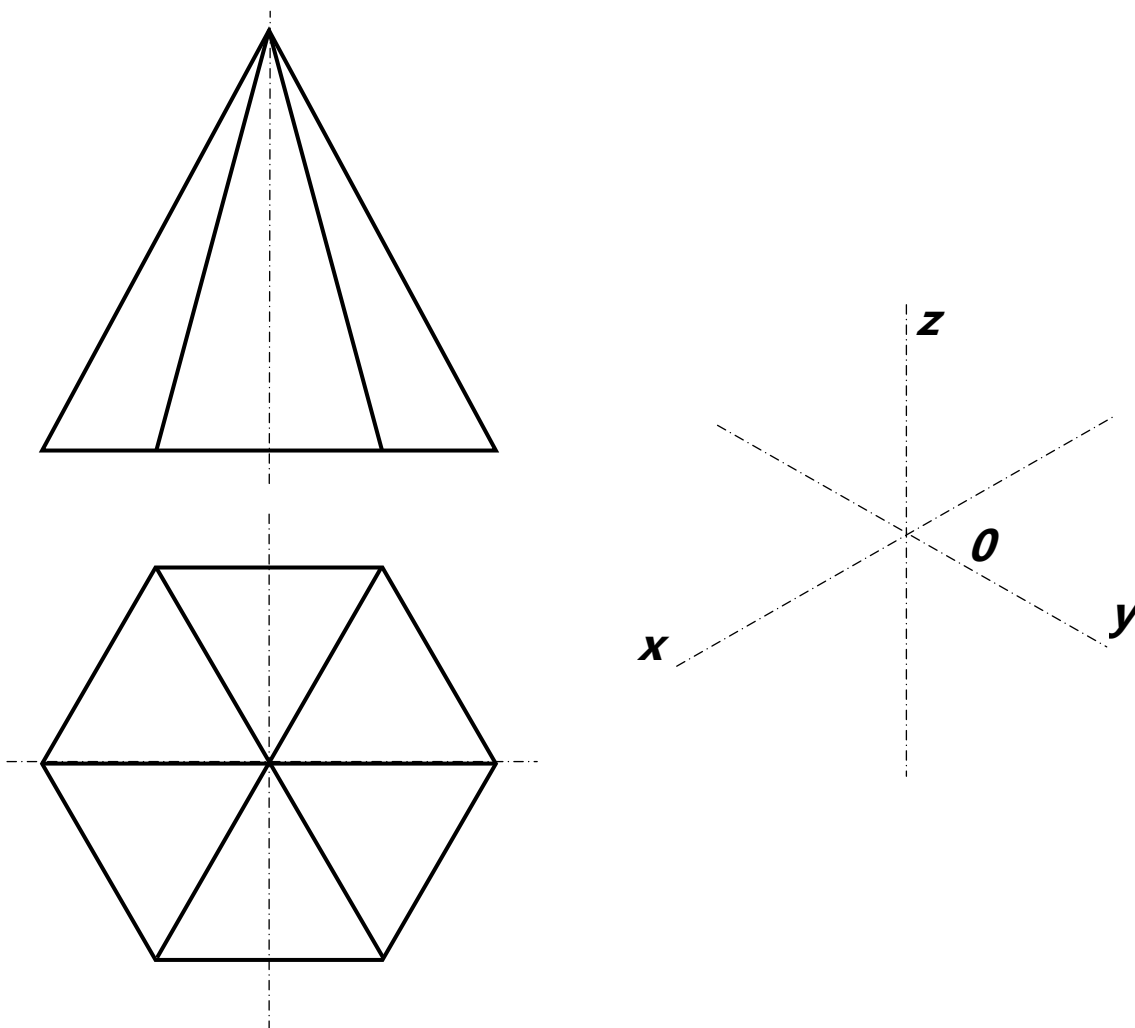
ЗАНЯТИЕ 18Тема. Аксонометрические проекцииКОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие виды аксонометрических проекций по направлению лучей относительно картинной плоскости известны?
2. Чем отличаются изометрическая, диметрическая и триметрическая проекции?
3. Какая кривая будет аксонометрической проекцией окружности?

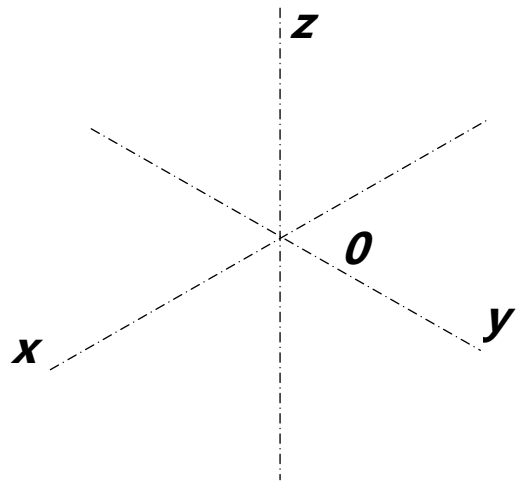
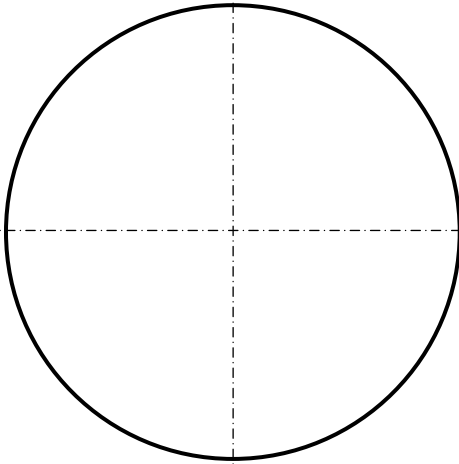
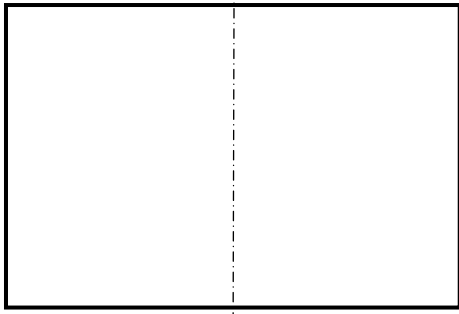
ЗАДАЧИ

Задача 18.1 Построить прямоугольные изометрические проекции с вырезом четверти:

а) пирамиды

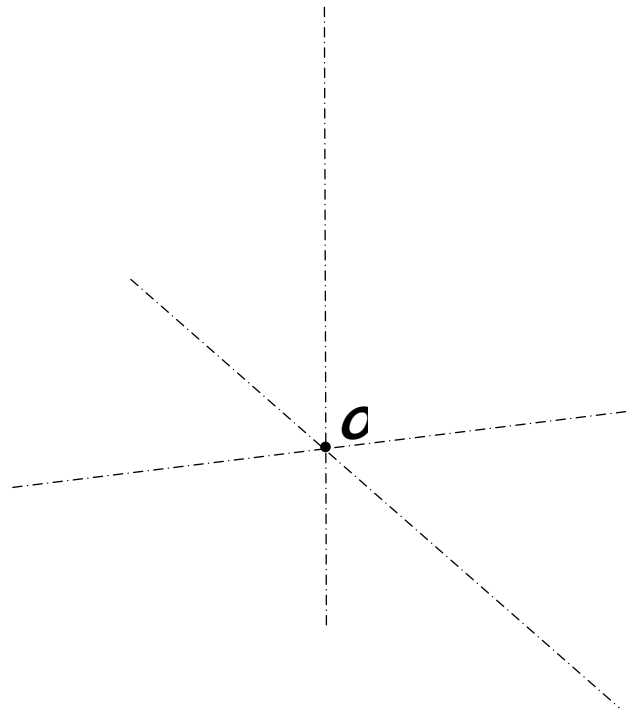
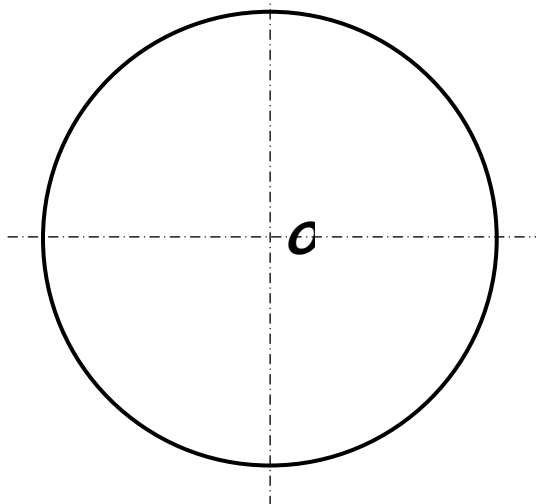
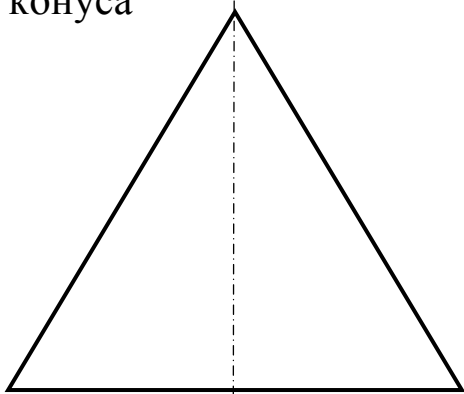


б) цилиндра

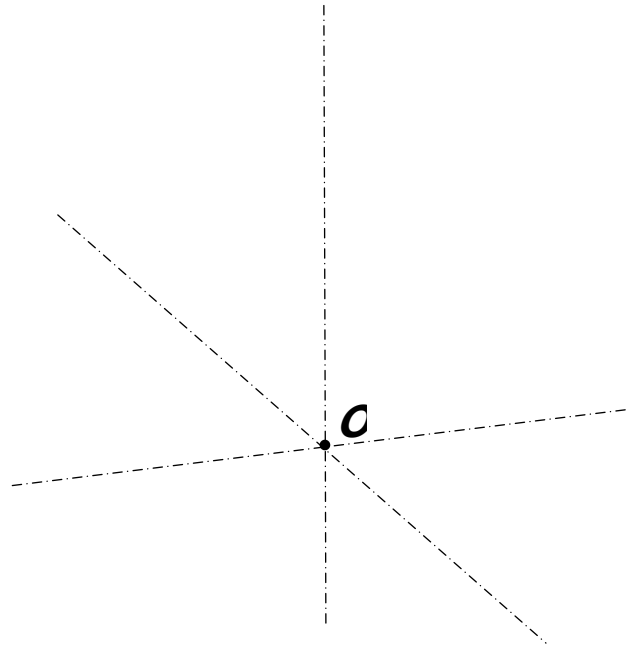
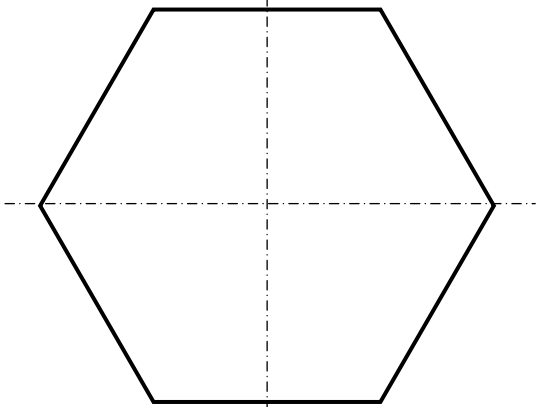
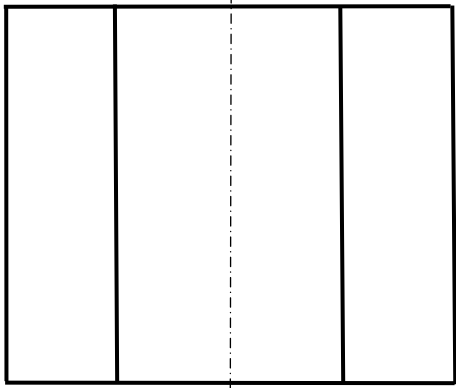


Задача 18.2. Построить прямоугольные диметрические проекции с вырезом четверти:

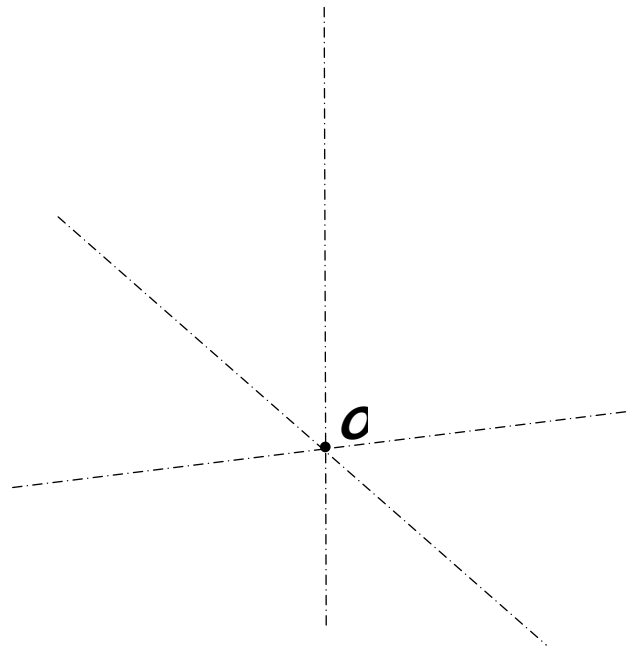
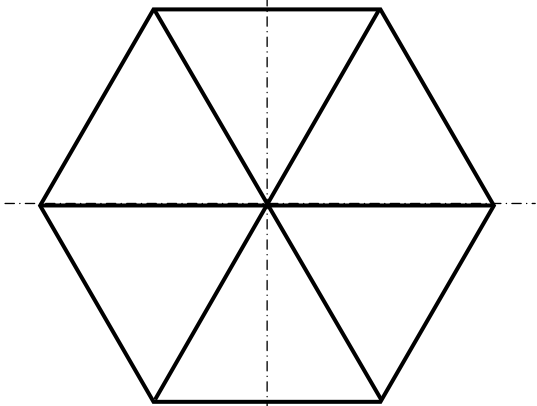
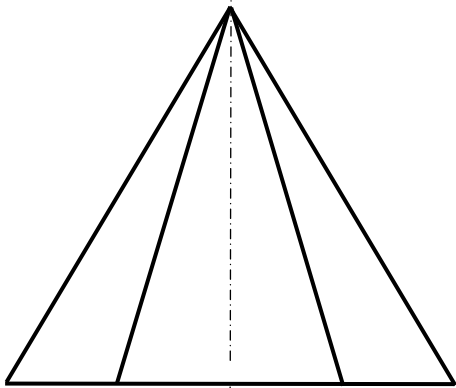
а) конуса



б) призмы



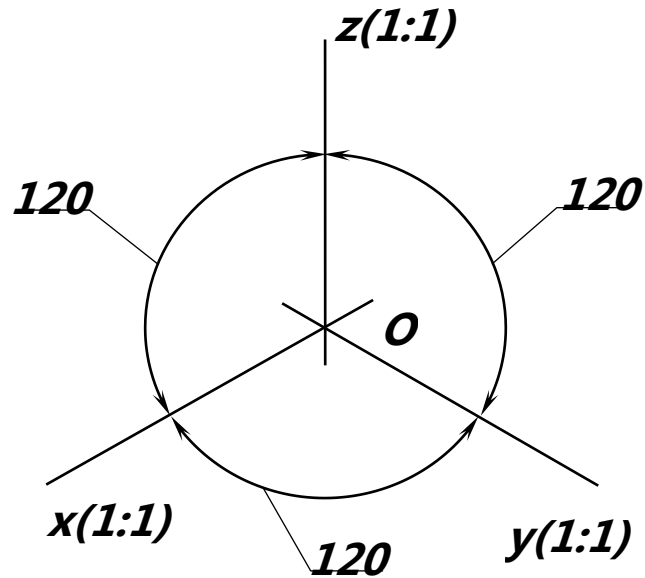
в) пирамиды



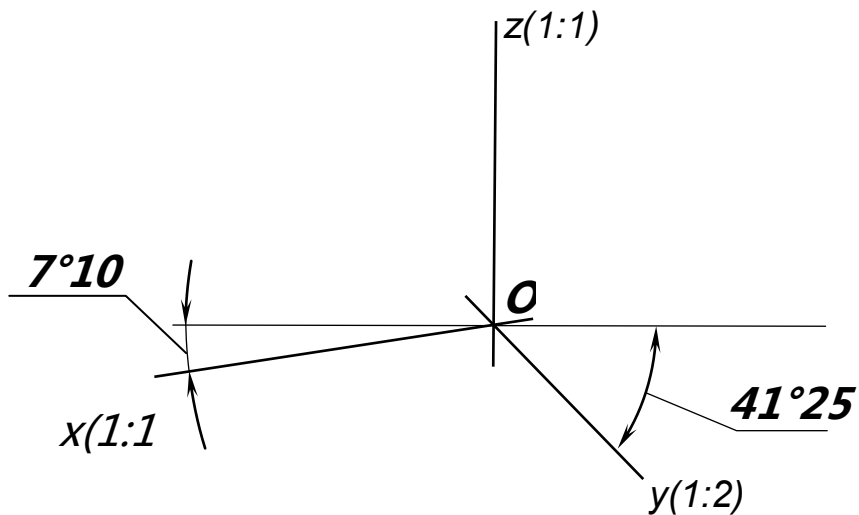
КОНСУЛЬТАЦИИ

Положение аксонометрических осей и масштабы измерений по осям для аксонометрических проекций:

а) прямоугольная изометрическая проекция

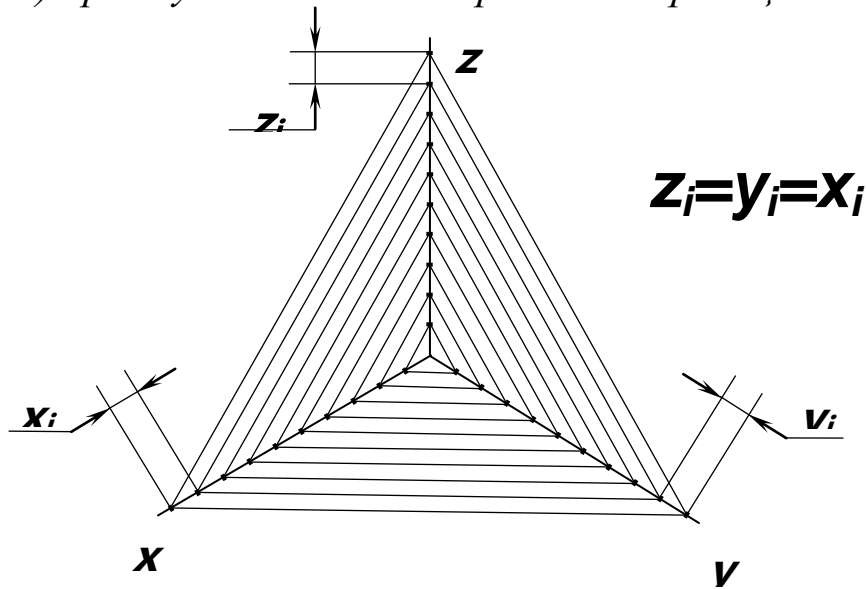


б) прямоугольная диметрическая проекция

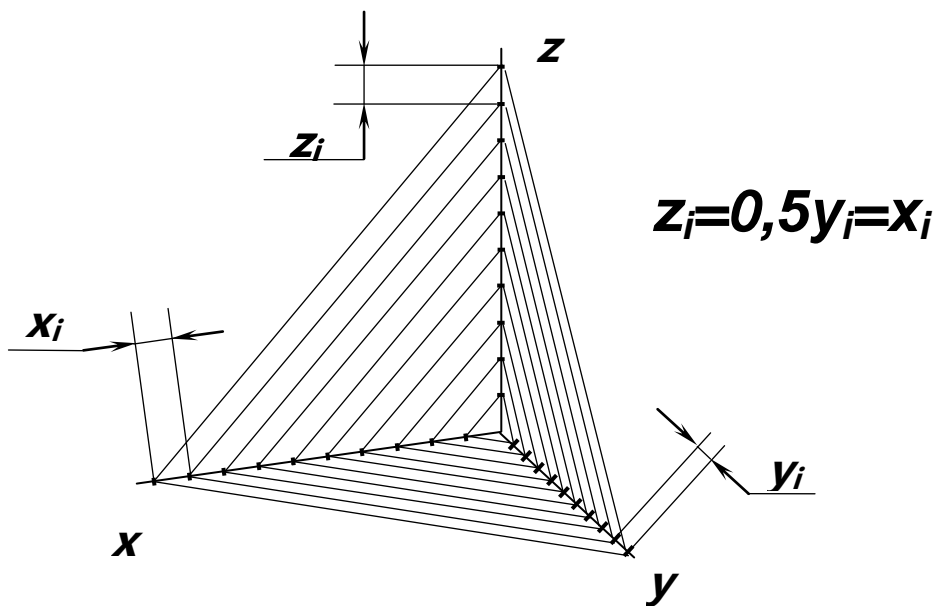


Направление штриховки в разрезах аксонометрических проекций и масштабы измерений по осям для аксонометрических проекций:

а) прямоугольная изометрическая проекция



б) прямоугольная диметрическая проекция



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гордон, В. О. Курс начертательной геометрии / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский. – М.: Высшая школа, 2008. – 272 с.
2. Гордон, В. О. Сборник задач по курсу начертательной геометрии / В. О. Гордон, Ю. Б. Иванов, Т. Е. Солнцева. – М.: Высшая школа, 1998. – 320 с.
3. Арустамов, Х.А. Сборник задач по начертательной геометрии: учеб. пособие для студентов вузов / Х. А. Арустамов. – М.: Машиностроение, 1978. – 445 с.
4. Мельникова, И. А. Применение современных технологий в преподавании начертательной геометрии / И. А. Мельникова, Д. С. Калугин, И. А. Орлянская // Инновационные механизмы эффективного образования. - Ставрополь, 2014. - С. 211-215.
5. Методология преподавания общетехнических дисциплин на инженерном бакалавриате : монография / А. В. Бобрышов, Е. В. Зубенко, С. Н. Капов [и др.]. ; Ставрополь : АГРУС Ставропольского гос. аграрного ун-та, 2018. - 464 с.
6. Компьютерная и инженерная графика: вопросы и ответы : учебное пособие Часть II / В. А. Лиханос, А. В. Бобрышов, С. Н. Капов [и др.] ; Ставропольский гос. аграрный ун-т. - Ставрополь, 2017. - 44 с.
7. Методические рекомендации по подготовке и проведению занятий в интерактивной форме / Е. А. Батищева, П. А. Лебедев, Е. И. Капустина [и др.]. // Современные тенденции повышения качества образования : сборник трудов по материалам научно-методической конференции. - 2016. - С. 28-33.
8. Особенности современных условий преподавания общетехнических дисциплин в высшей школе / А. А. Кожухов, С. Н. Капов, А. В. Орлянский [и др.] // Совершенствование научно-методической работы в университете : сборник трудов по материалам научно-методической конференции. - 2018. - С. 149-154.
9. Повышение эффективности преподавания дисциплины "Инженерная графика" / В. А. Лиханос, А. В. Бобрышов, В. Ю. Гальков, И. А. Орлянская // Современные тенденции повышения качества образования : сборник трудов по материалам научно-методической конференции. - 2016. - С. 133-137.
10. Практико-ориентированная работа на инженерном факультете / С. Н. Капов, А. А. Кожухов, А. В. Орлянский [и др.] // Актуальные проблемы научно-технического прогресса в АПК : сборник трудов по материалам XIV Международной научно-практической конференции. - 2018. - С. 353-358.

11. Внеаудиторная самостоятельная работа студентов бакалавриата по дисциплине "Прикладная механика" / В. Е. Кулаев, В. А. Лиханос, А. В. Орлянский [и др.]. - Ставрополь : АГРУС Ставропольского гос. аграрного ун-та, 2015. - Часть 3.

12. Достоинства и недостатки использования компьютерных технологий при изучении дисциплины "Начертательная геометрия. Инженерная графика" / И. А. Орлянская, А. Н. Петенев, В. Ю. Гальков [и др.] // Современные тенденции повышения качества образования : сборник трудов по материалам научно-методической конференции. - 2016. - С.181-184.

13. Подъемно-транспортные машины. Лабораторная работа № 1. Грузоподъемные машины : методические указания / В. Е. Кулаев, В. А. Лиханос, А. В. Орлянский [и др.]; Ставропольский гос. аграрный ун-т. Ставрополь, 2014. - 16 с.

14. Подъемно-транспортные машины. Лабораторная работа № 2. Транспортирующие машины / В. Е. Кулаев, В. А. Лиханос, А. В. Орлянский [и др.]; Ставропольский гос. аграрный ун-т. - Ставрополь, 2014.- 16 с.

15. Подъемно-транспортные машины. Лабораторная работа № 4. Составление и исследование полиспастов различной кратности / В. Е. Кулаев, В. А. Лиханос, А. В. Орлянский [и др.]; Ставропольский гос. аграрный ун-т. - Ставрополь, 2014. - 12 с.

16. Подъемно-транспортные машины. Лабораторная работа № 5. Тормоза колодочные общего назначения / В. Е. Кулаев, В. А. Лиханос, А. В. Орлянский [и др.]; Ставропольский гос. аграрный ун-т. - Ставрополь, 2014. - 16 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ТАБЛИЦА ДЛЯ СОПОСТАВЛЕНИЯ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	3
ПРЕДИСЛОВИЕ.....	4
Занятие 1. Геометрические построения.....	5
Занятие 2. Сопряжения.....	11
Занятие 3. Плоские кривые.....	17
Занятие 4. Задание точки на комплексном чертеже Монжа.....	26
Занятие 5. Задание прямой на комплексном чертеже Монжа....	28
Занятие 6. Взаимное положение точки и прямой. Взаимное по- ложение двух прямых.....	31
Занятие 7. Следы прямой.....	33
Занятие 8. Метрические задачи. Позиционные задачи. Метод прямоугольного треугольника. Свойства проекций прямого угла	36
Занятие 9. Задание плоскости на комплексном чертеже Монжа. Точка на плоскости.....	38
Занятие 10. Задание плоскости следами.....	40
Занятие 11. Позиционные задачи. Метрические задачи.....	45
Занятие 12. Позиционные и метрические задачи. Взаимное по- ложение прямой и плоскости.....	51
Занятие 13. Позиционные и метрические задачи. Взаимное по- ложение двух плоскостей.....	54
Занятие 14. Способы преобразования эпюра.....	59
Занятие 15. Многогранники. Кривые линии. Поверхности.....	61
Занятие 16. Обобщённые позиционные задачи. Пересечение прямой с поверхностью	64

Занятие 17. Обобщенные позиционные задачи. Метрические задачи. Построение линии пересечения поверхностей методом вспомогательных секущих плоскостей и методом концентрических сфер	69
Занятие 18. Аксонометрические проекции	72
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	77
СОДЕРЖАНИЕ.....	79